

Konstrukce stres testu pro regulatorní účely modelem VEC

*Michal Kováč**

Abstrakt:

Příspěvek se zabývá tématem konstrukce stres testu institucí využívající pro stanovení kapitálového požadavku metodu IRBA. Pro kvantifikaci vazeb mezi makroekonomickými veličinami a rizikovými parametry PD, EAD a LGD bylo využito modelu VEC. Kromě samotné výstavby modelu VEC, příspěvek prezentuje proces volby vhodných makroekonomických veličin a agregaci rizikových parametrů. Při následné konstrukci stresového scénáře byla využita metoda maximální penalizace rizikového parametru PD z důvodu neprokázání vazeb mezi makroekonomickými veličinami a parametry EAD a LGD. Empirická analýza jednotlivých proměnných a následná kvantifikace hodnoty kapitálu pro účely stres testu byla provedena na reálném portfoliu retail klientely.

Klíčová slova: Stres test; Retail klientela; VECM; IRBA.

JEL klasifikace: C53, G32.

1 Úvod

Uvedení kapitálových požadavků Basel II umožňovalo finančním institucím využívat kromě rozšířeného standartního přístupu i jednu z metod interního ratingu (IRBF, Foundation Internal Ratings-Based Approach a IRBA, Advanced Internal Ratings-Based Approach). Podstata metody interního ratingu spočívá ve vlastních odhadech rizikových parametrů *PD* (Probability of Default – Pravděpodobnost selhání), *EAD* (Exposure at Default – Expozice v době selhání) a *LGD* (Loss Given Default – Ztráta v případě selhání). Zatímco v případě IRBF mohou finanční instituce měřit a následně odhadovat pouze pravděpodobnosti v selhání (*PD*), v případě IRBA je finanční instituce oprávněna využívat své vlastní odhady pro všechny tři rizikové parametry (BIS, 2006). Cílem odhadů jednotlivých rizikových parametrů je pokrýt očekávanou volatilitu daných parametrů. V případě, že finanční instituce využívá jeden z modelů interního ratingu (IRB) pro výpočet kapitálových požadavků, musí provádět stres testy pro účely hodnocení kapitálové přiměřenosti (BIS, 2017). Účelem stres testů je kvantifikace kapitálu (ICAAP – Internal Capital Adequacy Assessment Process) nad úroveň minimálního kapitálového požadavku s cílem, aby hodnoty kapitálové přiměřenosti neklesly pod stanovenou minimální úroveň. Basilejský výbor popisuje stres testy jako vyhodnocení finanční pozice

* Michal Kováč; Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta financí a účetnictví, katedra měnové teorie a politiky, nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3; <kovac.michal@email.cz>.

Článek je zpracován jako součást výstupů projektu IGA VŠE F1/18/2017 *Makrofinanční stabilita a finanční cyklus v zemích s negativní čistou investiční pozicí*.

finanční instituce při simulaci kritického, avšak věrohodného scénáře (BIS, 2009). I proto není nutné při provádění stres testů simulace katastrofických scénářů a za dostačující je považováno simulování mírné recese na všech rizikových parametrech (*PD*, *EAD*, *LGD*). Jako příklad mírné recese, basilejský výbor uvádí situaci dvou po sobě jdoucích obdobích nulového růstu (BIS, 2017).

Existuje množství statistických metod pro kvantifikaci vazeb mezi makroekonomickými veličinami a rizikovými parametry, ovšem z důvodu nestacionarity, které se u ekonomických časových řad vyskytují, budeme model VEC (Vector Error Correction) považovat za nejvhodnější. Stejný způsob zvolili ve svých studiích i Assuan (2012) a Guerrouaz (2016), kteří pomocí modelu VEC propojovali vybrané makroekonomické veličiny a *PD* v segmentu retail klientely. Problematikou propojení makroekonomických veličin a rizikových parametrů pro účely simulací nepříznivého ekonomického vývoje se zabývalo velké množství publikací. Řada studií potýkala zejména s problémem provázanosti rizikového parametru *LGD*. Daný problém byl vysvětlován delším časovým oknem (2 – 4 roky) a nedostatečně dlouhou časovou řadou. I proto ve své studii Hoggarth, Logan a Zicchino (2005) stresuje pouze rizikový parametr *PD*, na který je hodnota kapitálu nejvíce citlivá, zatímco *EAD* a *LGD* považuje za konstanty. Nestresování parametrů *EAD* a *LGD*, které může výrazně podhodnocovat riziko (Foglia, 2009), penalizuje tím, že místo mírné recese simuluje několik šoků paralelně, přičemž bylo prokázáno významného vlivu při simulaci nepříznivých pohybů hrubého domácího produktu, nezaměstnanosti a úrokových sazeb. Obdobným způsobem postupovali ve svých studiích i Wong, Choi a Fong (2006) a Asberg a Shahnazarian (2008). End, Hoeberichts a Tabbae (2006) na rozdíl od předešlých autorů zvyšovali robustnost stejných modelů pomocí stochastických simulací Monte Carlo. Obdobná studie byla provedena i v České republice spolu s Německem (CNB, 2008), která v prvé řadě demonstrovala odlišnosti ve vazbách mezi vývojem pravděpodobnosti defaultu a makroekonomických ukazatelů. Zatímco v Německu byly defaulty retail klientely korelovány s vývojem příjmů domácností a HDP, v České republice byla prokázána vazba na úrokovou míru a míru nezaměstnanosti. Vypovídající schopnost dané studie ovšem snižuje fakt, že byla provedena pouze na hypotetickém portfoliu 6 000 domácností a podnikatelských subjektů a úroveň rizikového parametru *LGD* nebyla zvýšená¹ na základě vazeb na makroekonomické veličiny, jako tomu bylo v případě *PD*.

Cílem příspěvku bude proces výstavby modelu VEC pro kvantifikaci vazeb mezi makroekonomickými veličinami a rizikovými parametry *PD*, *EAD* a *LGD* pro účely stres testů. Samotnou konstrukci bude předcházet podrobná analýza proměnných, na základě které budou určeny nejen makroekonomické veličiny, ale i způsoby a stupeň agregace jednotlivých rizikových parametrů vhodných pro výstavbu

¹ Růst *LGD* o 20 % (z regulatorní úrovně 45 % na stresovou hodnotu 54 %).

modelu VEC. Pro následnou simulaci stresových scénářů budeme vycházet z basilejského doporučení nulového růstu (BIS, 2017). V případě neprokázání vazeb mezi makroekonomickými veličinami a parametry *EAD* anebo *LGD*, příspěvek prezentuje alternativní přístup ke stanovení kapitálu pro účely stres testů s využitím maximální penalizace parametru *PD*. Daná penalizace bude provedena pomocí simulace dopadu zvolené makroekonomické veličiny na parametr *PD* během nejkritičtějšího období finanční krize.

Stres testy budou prováděny na portfoliu retail klientů působících na území České republiky, tj. rezidentů i nerezidentů s trvalým anebo přechodným pobytem v České republice. Dané portfolio zahrnuje téměř 600 tisíc výkonných a nevýkonných pohledávek. Nevýkonné pohledávky představují všechny úvěry, které jsou minimálně 90 dní po splatnosti, v odkladu nebo ve vymáhání. Mezi produkty poskytované dané klientele patří osobní půjčky, spotřebitelské úvěry ve znění ČNB (2017) a revolvingové úvěry. Skupina revolvingových úvěrů představuje poskytnuté kreditní karty s předepsaným úvěrovým rámcem. Historická časová řada pro účely tvorby stres test modelů obsahuje data za období 2005Q1 – 2017Q3.

Příspěvek je uspořádán následovně: druhá kapitola se věnuje volbě a agregaci proměnných vstupujících do modelu VEC. Třetí kapitola se zabývá konstrukcí modelu VEC a prezentování dosažených výsledků. V závěrečné části budou formulovány závěry vyplývající z výsledků provedených analýz.

2 Analýza proměnných vstupujících do modelu VEC

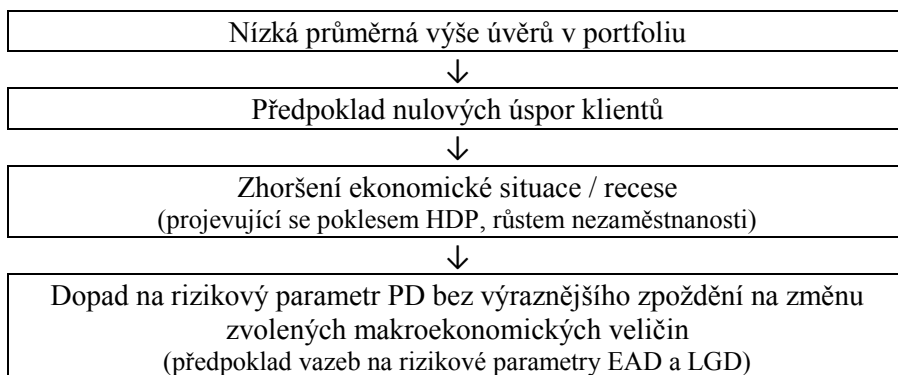
V následující části bude provedena analýza proměnných, která je nezbytná pro kvantifikaci vazeb modelem VEC. V první podkapitole určíme makroekonomické veličiny vhodné pro výstavbu modelu VEC v prostředí retail klientely. V další části bude věnován prostor agregaci rizikových parametrů *PD*, *EAD* a *LGD*.

2.1 Volba makroekonomických proměnných

Cílem této části je určit makroekonomické proměnné, které by měly mít nejvýznamnější vliv na rizikové parametry testovaného portfolia. Při volbě makroekonomických proměnných budeme vycházet z výše popsané charakteristiky testovaného portfolia. Protože se jedná o segment retail klientely, u kterého se průměrná výše úvěru za období 2012Q2 – 2017Q3 pohybovala u revolvingových úvěrů na úrovni 20 – 25 tisíc Kč a u ostatních úvěrů v rozmezí 40 – 50 tisíc Kč, lze předpokládat u daného typu klientů téměř nulovou míru úspor. Na základě předpokladu nulové míry úspor, lze usuzovat silnou vazbu mezi rizikovými parametry a nezaměstnaností, kde růst nezaměstnanosti se projeví v nárůstu hodnoty parametru *PD* a následně i *EAD* a *LGD*. Kromě nezaměstnanosti využijeme pro účely konstrukce modelu VEC i makroekonomickou veličinu HDP. Vztah mezi HDP a nezaměstnaností není dokonale inverzní a proto existuje možnost nalezení silnějších kointegračních vazeb mezi HDP a rizikovými parametry. Kromě výše

zmiňovaných předpokladů je nezbytné dodat, že testované portfolio splňuje i předpoklad vhodné diversifikace klientů napříč odvětvími z hlediska jejího zaměstnání. Za vhodnou diversifikaci považujeme situaci, kdy objem poskytnutých úvěrů klientům zaměstnaným v jednom odvětví nepřesahuje 20 % celkového objemu poskytnutých úvěrů.

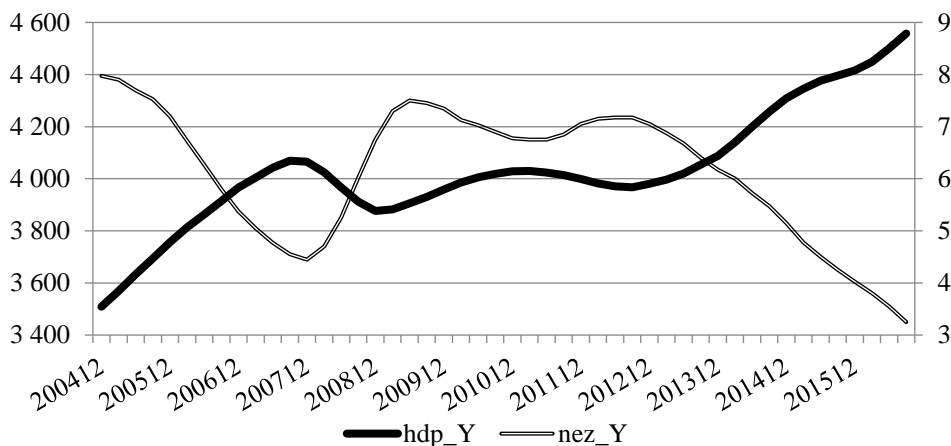
Vazbu mezi rizikovými parametry a zvolenými makroekonomickými veličinami můžeme charakterizovat následovně:



Následující Obr. 1 znázorňuje vývoj HDP a nezaměstnanosti v České republice v období 2005Q1 – 2017Q3. Protože rizikové parametry PD a EAD představují ukazatele s ročním pozorovacím obdobím na kvartální bázi, jsou i HDP a nezaměstnanost převedené na stejné pozorovací období. To je dosaženo v případě HDP klouzavým součtem čtyř kvartálů. Roční nezaměstnanost je počítána jako prostý klouzavý průměr nezaměstnaností čtyř kvartálů. Hodnota HDP (resp. nezaměstnanosti) v bodě 200412 představuje hodnotu dané veličiny za období 1. 1. 2005 – 31. 12. 2005. Důvodem daného způsobu zobrazení hodnot je zajištění shody se způsobem zobrazování hodnot rizikových parametrů, kterého bude využito v příspěvku.

Pro výpočet kapitálu pro účely stres bude využita simulace nulového růstu, považovaného Basilejským výborem za postačující při tvorbě stresových scénářů.

V případě stresování pouze rizikového parametru *PD* budou využity hodnoty makroekonomických veličin během finanční krize (pokles HDP a růst nezaměstnanosti v období 2008Q4 – 2009Q3) a dluhové krize (mírný pokles HDP a značný růst nezaměstnanosti v období 2012Q1 – 2012Q4).

Obr. 1 Vývoj HDP a nezaměstnanosti v České republice

Zdroj: ČSÚ (2018a), ČSÚ (2018b), vlastní zpracování.

Pozn.: levá svislá osa zobrazuje hodnoty HDP (ve stálých cenách roku 2010 v mld. Kč), pravá svislá osa zobrazuje hodnoty nezaměstnanosti (v %).

2.2 Agregace rizikových parametrů

Agregaci rizikových ukazatelů je nezbytné provést ze tří hlavních důvodů. Prvním důvodem je velké množství homogenních skupin (testované portfolio obsahuje víc než sto homogenních skupin). Homogenní skupina představuje výsledek procesu segmentace, která je prováděna za účelem seskupení úvěrů se stejnými nebo podobnými charakteristikami. Proces segmentace za účelem co nepřesnějších odhadů rizikových parametrů je povinný pro finanční instituce využívající metodu IRBA (BIS, 2006). Druhým důvodem je rozdílná hodnota korelačního koeficientu pro výpočet *RWA* pro portfolia revolvingových a ostatních úvěrů. Posledním důvodem, vedoucí k dalšímu členění portfolií je snaha získat dodatečné informace o chování daného sub portfolia rizikového parametru a tím dosáhnout silnějších vazeb v modelu VEC.

V první kroku agregace je nutné stanovit ukazatel (resp. ukazatele), který bude sloužit jako váha k agregování jednotlivých rizikových parametrů. Pro rizikový parametr *EAD* budou váhami součet bilančních a mimobilančních položek. Mimobilanční položka představuje u revolvingových úvěrů² nečerpanou část úvěru, která může být klientem v budoucnu využita a proto je součástí výpočtu kalkulace expozice v selhání (*EAD*). Výpočet parametru *EAD* můžeme popsat jako poměr bilančních položek v čase defaultu v průběhu pozorovacího období a součtu

² U osobních půjček a spotřebitelských úvěrů se mimobilanční položky vyskytují pouze z důvodu prodlevy mezi schválením úvěru a jeho načerpáním. Jeho hodnota je však v poměru k celkové hodnotě mimobilančních položek zanedbatelná (< 0,6 % u testovaného portfolia).

bilančních a mimobilančních položek na počátku pozorovacího období. Protože se jedná o relativní ukazatel, je nutné daný parametr před dosazením do vzorců pro výpočet kapitálu a následně i *RWA* vynásobit sumou bilančních a mimobilančních položek. V případě *LGD* budou váhami bilanční položky, protože u úvěrů v selhání je hodnota mimobilančních položek ve většině případů nulová. Pro rizikový parametr *PD* se nabízí dvě možnosti, jak pravděpodobnost selhání vážit – počtem úvěrů nebo sumou bilančních položek. Z důvodu zachování konzistentnosti v rámci modelu, budeme vážit pravděpodobnost selhání sumou bilančních položek, která byla zvolena i v případě *LGD*.

Následné dělení portfolia na revolvingové a nerevolvingové je nutné z již zmiňovaného odlišného výpočtu korelace vstupující do rovnice pro výpočet kapitálového požadavku. Zatímco u revolvingových úvěrů je hodnota korelace rovna 4 %, u ostatních úvěrů je hodnota korelace dána předpisem:

$$R = 0,03 \times \frac{1 - \exp(-35 \times PD)}{1 - \exp(-35)} + 0,16 \times \left[1 - \frac{(1 - \exp(-35 \times PD))}{(1 - \exp(-35))} \right], \quad (1)$$

kde *R* je výsledná korelace pro výpočet *RWA*,

PD je pravděpodobnost selhání, a

exp je exponenciální funkce.

Vypočítaná hodnota korelace je následně dosazena do regulační rovnice pro výpočet kapitálového požadavku a poté do rovnice pro výpočet rizikově vážených aktiv.

$$K = LGD \times N \left[(1 - R)^{-\frac{1}{2}} \times G(PD) + \left(\frac{R}{(1 - R)} \right)^{\frac{1}{2}} \times G(0,999) \right] - PD \times LGD, \quad (2)$$

$$RWA = K \times 12,5 \times EAD,$$

kde *LGD* je ztráta v selhání,

EAD je výše expozice v selhání,

K je kapitálový požadavek,

RWA jsou rizikově vážená aktiva,

N je kumulativní distribuční funkce, a

G je inverzní kumulativní distribuční funkce.

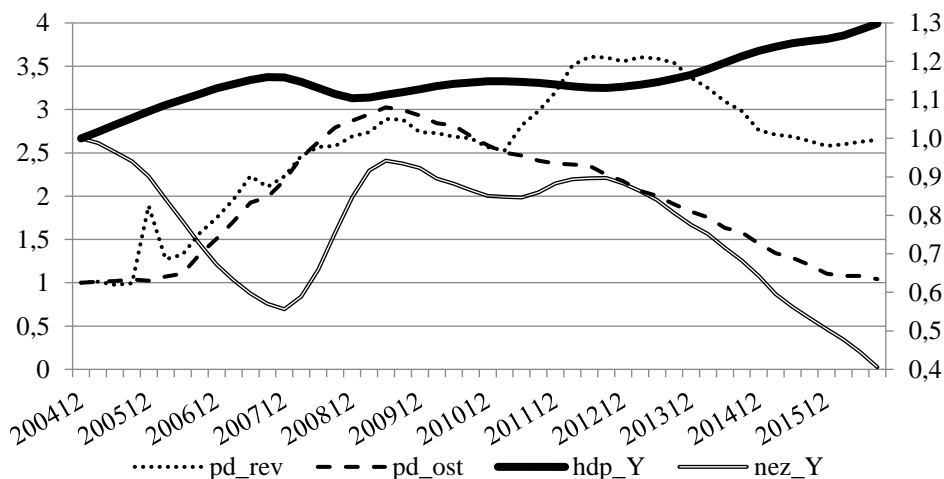
Poslední krok, který spočívá v rozdělení revolvingových a ostatních úvěrů na menší sub portfolia, provedeme postupně pro jednotlivé rizikové parametry. V případě rizikového parametru *PD* rozdělíme portfolia revolvingových a ostatních úvěrů na portfolia výkonných a nevýkonných pohledávek. Důvodem daného členění je fakt, že všechny nevýkonné pohledávky mají pravděpodobnost defaultu rovnou jedné

($PD = 100\%$). V případě nerozdělení by mohl vést měnící se objem nevýkonných pohledávek k výraznému zkreslení rizikového ukazatele PD .

Značně odlišný vývoj sub portfolií revolvingových a ostatních úvěrů, který je znatelný zejména v druhé polovině sledovaného období (Obr. 2), potvrzuje vhodnost zvoleného dělení. Zatímco v průběhu finanční krize se PD u obou sub portfolií vyvíjí téměř identicky, dluhová krize měla dopad pouze na PD u revolvingových úvěrů. Hodnota PD u ostatních úvěrů měla od vrcholu finanční krize klesající charakter.

U rizikového parametru EAD bude dělení v prvním kroku velmi podobné jako v případě PD s tím rozdílem, že bude zkoumán vztah pouze mezi revolvingovým portfoliem výkonných pohledávek k vybraným makroekonomickým veličinám. Hodnoty EAD u nevýkonného portfolia revolvingových úvěrů a všech ostatních úvěrů lze považovat za konstantu, pro kterou platí $EAD = 1$. V druhém kroku očistíme revolvingových portfolio výkonných pohledávek o dlouhodobě neaktivních karet. Skupina dlouhodobě neaktivních karet zahrnuje všechny kreditní karty, které mají nulovou hodnotu bilanční položky minimálně během posledních šesti měsíců. Daná skupina představuje významnou část revolvingového portfolia, která se během sledovaného období pohybovala v průměru na úrovni 28 %. Vhodnost vyloučení dané skupiny potvrzuje nízká úroveň aktivace i v průběhu finanční a dluhové krizi. Nevyloučení dlouhodobě neaktivních karet by vedlo k podhodnocení rizikového parametru EAD .

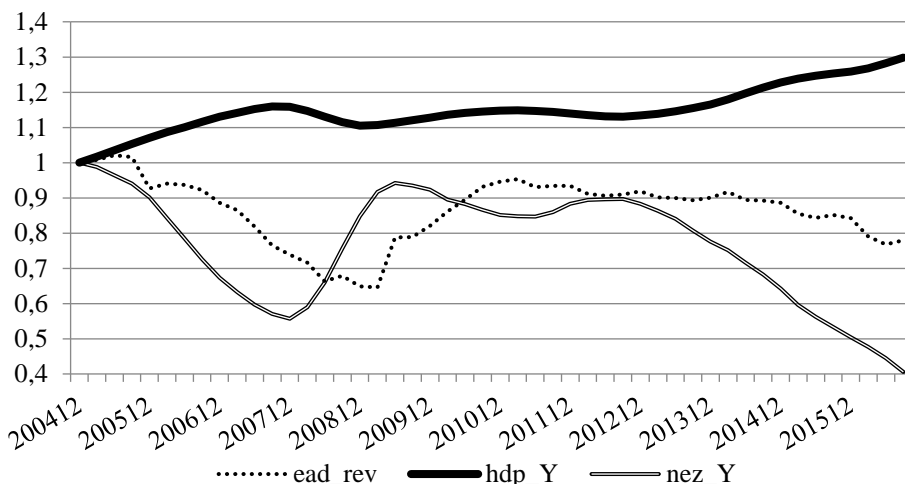
Obr. 2 Vývoj subportfolií PD



Zdroj: ČSÚ (2018a), ČSÚ (2018b), interní data, vlastní zpracování.

Pozn.: levá svislá osa představuje vývoj parametrů PD (2004:12 = 100 %), pravá svislá osa zachycuje relativní mezikvartální změny v úrovni roční nezaměstnanosti a HDP (2004:12 = 100 %).

Obr. 3 Vývoj revolvingového portfolia *EAD*



Zdroj: ČSÚ (2018a), ČSÚ (2018b), ČNB (2017), interní data, vlastní zpracování.

Pozn.: pro všechny proměnné platí 200412 = 100 %.

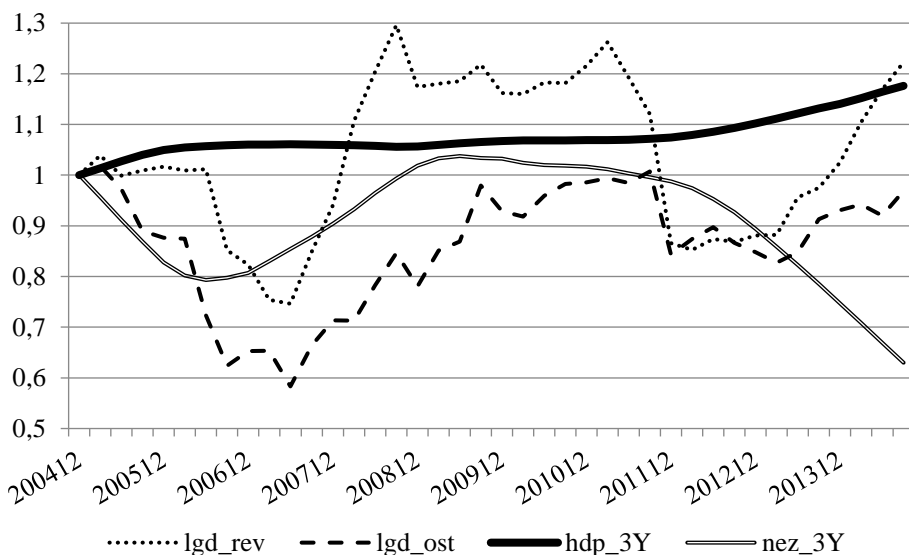
Na první pohled lze charakterizovat vývoj revolvingového portfolia *EAD* (Obr. 3) vzhledem k makroekonomickým veličinám jako nestabilní. Zatímco hodnota *EAD* během finanční krize byla na svém minimu a pohybovala se na úrovni 60 % – 70 %, v průběhu dluhové krize byly revolvingové úvěry v době defaultu čerpány téměř v maximální možné výši, čemuž odpovídá pro dané období hodnota *EAD* blízká jedné.

Rozklad rizikového parametru *LGD*, jehož problematika byla zmiňována v úvodu, bude proveden obdobně jako v předešlých případech s tím rozdílem, že žádnou hodnotu z vytvořených sub portfolií *LGD* nelze nahradit aproximací, jak tomu bylo u některých sub portfolií rizikových parametrů *PD* a *EAD* (viz. Tab. 1). Významnou odlišností u parametru *LGD* oproti rizikovým parametrům *PD* a *EAD* je délka pozorovacího okna. Délka pozorovacího okna u *LGD* bývá zpravidla 24 až 48 měsíců. V případě testovaného portfolia je pro výpočet *LGD* využíváné 36 měsíční pozorovací okno. Dané pozorovací okno znamená, že u portfolia výkonných pohledávek na počátku pozorovacího okna vstupují do výpočtu *LGD* pouze úvěry, které se stanou pohledávkami nevýkonnými v průběhu prvních 12 měsíců. Z daného vyplývá, že počet úvěrů, ze kterých se *LGD* portfolia výkonných pohledávek budou počítat je totožný s hodnotou *PD* pro odpovídající časové období. Po dobu následujících 24 měsíců se úvěry monitorují. Monitorování zahrnuje všechny činnosti od sledování plateb od dané skupiny klientů až k stanovení a následné kalibraci nákladů na správu portfolia nevýkonných pohledávek. V případě, že úvěr je součástí nevýkonných pohledávek již na začátku pozorovacího období, je daný

úvěr monitorován během celého tříletého okna. Tříleté pozorovací okno rovněž vede k nutnosti využít tříleté makroekonomické ukazatele pro analýzu parametru *LGD*. Toho bude dosaženo součtem dvanácti kvartálů HDP, resp. průměr dvanácti kvartálních stavů nezaměstnanosti.

Na Obr. 4 lze pozorovat mírnou vazbu mezi vývojem sub portfolia výkonných pohledávek a nezaměstnaností. Daná vazba rovněž vykazuje významné zpoždění rizikového parametru na změnu makroekonomických veličin. Zpoždění lze zjednodušeně vysvětlit prodlevou mezi zhoršením peněžních toků u původně výkonných pohledávek a hodnotou ukazatele *LGD*. Z obr. 4 lze rovněž pozorovat protichůdný vývoj *LGD* a makroekonomických veličin v poslední části sledovaného období, který bude významně komplikovat nalezení vztahu u modelu VEC.

Obr. 4 Vývoj sub portfolií *LGD* (výkonných pohledávek)



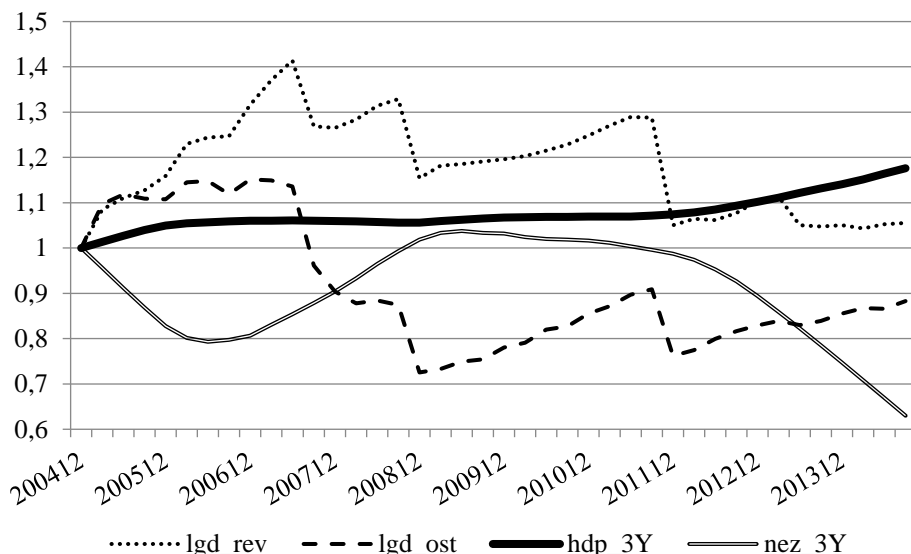
Zdroj: ČSÚ (2018a), ČSÚ (2018b), interní data, vlastní zpracování.

V případě portfolia nevýkonných pohledávek na počátku pozorovacího okna (Obr. 5), kde se předpokládá vztah mezi hodnotou rizikového parametru a makroekonomickými veličinami s minimálním zpožděním, jsou vazby významně narušovány opakujícími se zlomy, které výrazně snižují hodnoty *LGD*. Tyto zlomy jsou zapříčiněny odpisy³ pohledávek, které budou představovat problém při nacházení vazeb mezi parametrem *LGD* a makroekonomickými veličinami.

³ K odpisům zpravidla dochází těsně před uplynutím desetileté promlčecí doby, během které odpisy pohledávek představují daňově uznatelný náklad. Z daných důvodů nelze odpisy pozorovat na portfoliu výkonných pohledávek (Obr. 4).

Tab. 1 přehledně shrnuje konečné dělení rizikových parametrů pro účely výstavby VEC modelu. Šedá políčka představují sub portfolia, která jsou neměnná, a tudíž budou využity pouze při kalkulaci výsledné hodnoty kapitálu. Světlá políčka znázorňují rizikových parametrů, pro které bude model VEC konstruován, včetně makroekonomické proměnné a délky období v letech, která budou při hledání kointegračních vazeb využita.

Obr. 5 Vývoj sub portfolií LGD (nevýkonných pohledávek)



Zdroj: ČSÚ (2018a), ČSÚ (2018b), interní data, vlastní zpracování.

Tab. 1 Finální dělení rizikových parametrů pro konstrukci VEC modelu

	Zdravé		Default	
	Karty	Ostatní	Karty	Ostatní
<i>PD</i>	PD_{rev} (HDP_1/Nez_1)	PD_{ost} (HDP_1/Nez_1)	$PD = 1$	
<i>EAD</i>	EAD_{rev} (HDP_1/Nez_1)	$EAD = 1$	$EAD = 1^*$	$EAD = 1$
<i>LGD</i>	LGD_{rev} (HDP_3/Nez_3)	LGD_{ost} (HDP_3/Nez_3)	$LGD_{DEF_{rev}}$ (HDP_3/Nez_3)	$LGD_{DEF_{ost}}$ (HDP_3/Nez_3)
Dopad	<i>EL</i> a <i>RWA</i>		<i>EL</i>	

Zdroj: ČSÚ (2018a), ČSÚ (2018b), interní data, vlastní zpracování.

Pozn: *představuje aproximaci vedoucí k mírnému nadhodnocení *EL* (očekávané ztráty).

U některých typů defaultů (např. odklad) není mimobilanční položka nulová (nevyčerpaná část úvěru zůstává k dispozici) a tím pádem musí platit $EAD < 1$.

3 Konstrukce modelu VEC

Volba modelu VEC pro kvantifikaci vazeb mezi rizikovými parametry a makroekonomickými veličinami vychází z již zmiňované nestacionarity časových řad, která byla prokázána i v předešlé kapitole na testovaném portfoliu. V případě, že dané nestacionární časové řady jsou po provedení první diference $I(1)$ stacionární a spojuje je ekonomická teorie v dlouhodobém časovém horizontu, mohou být dané časové řady kointegrovány (Arlt a Arltová, 2009). Kointegraci lze charakterizovat jako stabilní dlouhodobý vztah mezi časovými řadami, který je narušován krátkodobými vlivy, které se časem vytrácejí. Pro test kointegrace mezi zkoumanými časovými řadami využijeme Johansenov test (Johansen, 1988, 1995). V případě, že kointegrační vztah bude nalezen, budeme konstruovat model VEC (3) (Hauser, 2016), který bude sloužit k odhadu rizikových parametrů při simulování změn ve vývoji makroekonomických veličin pro účely stres testů.

$$\Delta x_t = \Pi x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Phi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (3)$$

kde x_t je vektor endogenní proměnné $n \times 1$,

Π je matice parametrů $n \times n$; $\Pi = \sum_{i=1}^p A_i - I$,

Φ_i je matice parametrů $n \times n$; $\Phi_i = -\sum_{j=i+1}^p A_j$, a

ε_t je vektor normálního rozdělení náhodných chyb $n \times 1$.

Protože platí hodnost(Π) = m , $0 < m < k$, matici Π přepíšeme do tvaru.

$$\Pi = \alpha \beta'$$

Platnost rovnice a rozměry jednotlivých prvků rovnice lze demonstrovat následujícím vztahem:

$$(n \times n) = (m \times n)[(m \times n)'].$$

Pro interpretaci výsledků modelu VEC je daný vztah klíčový, protože parametr β' popisuje dlouhodobý vztah v modelu a parametr α charakterizuje sílu, jakou je daný dlouhodobý vztah prosazován. Detailním popisem Johansenových testů a konstrukcí modelu VEC včetně jejich vazeb na model VAR se zabývali ve svých pracích například Dwyer (2015) a Magee (2013).

3.1 Výsledné rovnice modelu VEC

Konstrukce modelu VEC byla úspěšně provedena pouze v případě rizikového parametru PD . V případě rizikového parametru EAD nebyla potvrzena existence kointegračního vektoru ani u jedné ze zkoumaných makroekonomických veličin. V sub segmentu výkonných pohledávek rizikového parametru LGD byly výsledky obdobné jako u parametru EAD . U portfolia nevýkonných pohledávek se model VEC podařilo sestavit, ovšem jeho využití pro účely stres testů nebylo přínosné.

Výsledné rovnice měly výrazný dlouhodobý vztah, který obsahoval vysokou konstantu a nízký koeficient vazby na makroekonomickou veličinu, což vedlo při simulování výrazně negativního vývoje makroekonomických veličin pouze k nepatrné změně hodnoty *LGD*. Nízká citlivost na změnu makroekonomické veličiny je potvrzena i nízkou hodnotou upraveného koeficient determinace, která dosahovala hodnoty 0,13 u revolvingových úvěrů, resp. 0,18 u ostatních úvěrů.

Vazby mezi rizikovým parametrem *PD* a makroekonomickými veličinami byly potvrzeny u obou sub portfolio. V případě sub portfolio ostatních úvěrů byl nalezen kointegrační vektor pouze k *HDP*, ale u sub portfolio revolvingových úvěrů k oběma makroekonomickým veličinám. Protože statistické testy v případě modelu s nezaměstnaností nepotvrzovali homoskedasticitu a normální rozdělení reziduí ani na hladině významnosti 1 %, byl model *VEC* konstruován i v tomto případě s využitím *HDP*. Pro konstrukci kointegračních vztahů byly použity sezónně očištěné časové řady makroekonomických veličin a následně byly všechny proměnné vstupující do modelu *VEC* zlogaritmovány. Výsledné rovnice modelu *VEC* včetně výsledků statistických testů jsou následující⁴:

$$\Delta PD_{rev_t} = -0,241 \times (9,819 - 0,486 \times HDP_{t-1}) - 0,408 \times \Delta PD_{rev_{t-1}} - 0,279 \times \Delta PD_{rev_{t-2}}, \quad (4)$$

$$\Delta PD_{ost_t} = -0,033 \times (51,379 - 3,187 \times HDP_{t-1}) + 0,508 \times \Delta PD_{ost_{t-1}} + 0,305 \times \Delta PD_{ost_{t-2}}, \quad (5)$$

Tab. 2 Krátkodobé vazby portfolio revolvingových úvěrů a *HDP*

	koeficient	směr. chyba	t-podíl	p-hodnota
EC	-0,2408	0,0499	-4,817	$2,12 \cdot 10^{-5}$ (***)
rev.dl1	-0,4075	0,1253	-3,253	0,00232 (***)
rev.dl2	-0,2795	0,1279	-2,185	0,03484 (*)

Zdroj: vlastní výpočty.

Tab. 3 Krátkodobé vazby portfolio ostatních úvěrů a *HDP*

	koeficient	směr. chyba	t-podíl	p-hodnota
EC	-0,033	0,0194	-1,708	0,09545 (*)
ost.dl1	0,5083	0,1459	3,485	0,00121 (***)
ost.dl2	0,3049	0,1446	2,108	0,04132 (**)

Zdroj: vlastní výpočty.

Pozn. * resp. ** resp. *** významnost parametrů na 10% resp. 5% resp. 1% hladině.

⁴ Konstrukce modelu *VEC* byla provedena v softwaru RStudio.

Tab. 4 Výsledky testů residuí

	Rev x HDP	Ost x HDP
Residuální standartní chyba	0,099	0,034
Koeficient determinace	0,439	0,723
Adj. koeficient determinace	0,369	0,688
DW test	2,2132	2,0187
(p-hodnota)	(0,7021)	(0,3886)
Standartizovaný Breusch – Pagan test	11,552	6,763
(p-hodnota)	(0,021)	(0,149)
Shapiro-Wilk test normality	0,9445	0,9409
(p-hodnota)	(0,0243)	(0,0176)

Zdroj: vlastní výpočty.

K výše uvedeným výsledkům je nezbytné doplnit, že u obou modelů bylo využito tří zpoždění, která byla potvrzena u všech testů (AIC, HQ, SC, FPE). Konstanta a makroekonomické veličiny byly v rámci kointegračního vektoru významné na hladině 5 %, čímž lze potvrdit existenci dlouhodobého vztahu. Dlouhodobé vztahy jsou v souladu s předpokladem, že růst HDP vede k zlepšení rizikového parametru *PD*, který se projeví poklesem.

I když parametr korekce chyby (*EC*), který charakterizuje, jakou silou se prosazuje dlouhodobý vztah, není vysoký, jsou výsledné hodnoty rizikového parametru *PD* determinovány hlavně dlouhodobým vztahem. V případě krátkodobých vztahů jsou hodnoty parametru *PD* dané jejími předešlými hodnotami, což je v souladu se způsobem výpočtu daného parametru⁵. Zatímco u ostatních úvěrů krátkodobé vztahy indikují stejný vývoj parametru *PD* pro následující období, v případě revolvingových úvěrů je daný vztah opačný. Krátkodobý inverzní vztah u portfolia revolvingových úvěrů je možné vysvětlit vyšší volatilitou, kterou lze pozorovat i v průběhu přetrvávajícího trendu daného parametru (Obr. 2) v porovnání s parametrem *PD* u ostatních úvěrů.

Výsledná hodnota kapitálu pro účely stres testu modelem VEC bude stanovena následujícím způsobem:

$$K_t = LGD_{2017Q3 \rightarrow 2020Q3}^e \times N \left[(1 - R)^{-1/2} \times G(PD_{2017Q3 \rightarrow 2018Q3}^{VECM}) + \left(\frac{R}{(1-R)} \right)^{1/2} \times G(0,999) \right] - PD_{2017Q3 \rightarrow 2018Q3}^{VECM} \times LGD_{2017Q3 \rightarrow 2020Q3}^e, \quad (6)$$

$$EL_t = PD_{2017Q3 \rightarrow 2018Q3}^{VECM} \times EAD_{2017Q3 \rightarrow 2018Q3}^e \times LGD_{2017Q3 \rightarrow 2020Q3}^e, \quad (7)$$

$$RWA_t = K_t \times 12,5 \times EAD_{2017Q3 \rightarrow 2018Q3}^e, \quad (8)$$

⁵ Roční pozorovací okno kalkulované na kvartální bázi, vede k jeho vzájemnému překrývání.

$$\text{Kapitál}_t^{ST} = EL_t + RWA_t \times 0,08, \quad (9)$$

kde $PD_{2017Q3 \rightarrow 2018Q3}^{VECM}$ je parametr PD vypočítaný VECM,
 $EAD_{2017Q3 \rightarrow 2018Q3}^e$ je současný odhad parametru EAD , a
 $LGD_{2017Q3 \rightarrow 2020Q3}^e$ je současný odhad parametru LGD .

Z důvodu, že model VEC se podařilo zkonstruovat pouze pro parametr PD , budou do výpočtu kapitálu místo reálných hodnot parametrů EAD a LGD dosazeny jejich odhady, které mají za účel pokrývat očekávanou volatilitu daných parametrů. Výsledné hodnoty kapitálu pro účely stres testů budou porovnány se současnou hodnotou kapitálu, která je vypočítána na základě odhadů parametrů PD , EAD a LGD . Z daného vyplývá, že nárůst kapitálu pro účely stres testů bude generován pouze rozdílem hodnot PD s využitím modelu VEC a jejím odhadem pro účely minimální kapitálové přiměřenosti. Dosazením jednotlivých parametrů do rovnic (6) až (9) bylo dosaženo následujících výsledků. Hodnota očekávané ztráty (EL_t) vzrostla o 4,18 %, hodnota rizikově vážených aktiv (RWA_t) o 12,58 %. Celková hodnota kapitálu pro účely stres testů (Kapitál_t^{ST}) stoupla o téměř 6 %.

4 Závěr

Cílem příspěvku bylo prezentování uceleného postupu při tvorbě stres testů modelem VEC v segmentu retail klientely. V první části byla provedena volby makroekonomických veličin a následně agregace rizikových parametrů PD , EAD a LGD , která byla nezbytná pro výstavbu modelu VEC. Na základě provedených analýz byly za nejvýznamnější makroekonomické veličiny zvoleny HDP a nezaměstnanost, přičemž při konstrukci modelu VEC byla prokázána vazba pouze na HDP. Procesem agregace rizikových parametrů PD , EAD a LGD bylo demonstrováno výrazně odlišného chování u dílčích sub portfolií jednotlivých rizikových parametrů. Rovněž bylo možné pozorovat již v průběhu agregace problematiku sub portfolií EAD a zejména LGD , která byla následně potvrzena při výstavbě modelu VEC.

Model VEC byl úspěšně zkonstruován pouze pro rizikový parametr PD . Parametr EAD byl nedostatečně stabilní vzhledem k vývoji makroekonomických veličin v průběhu finanční a dluhové krize, což byla hlavní příčina nenalezení kointegrační vazby. Lze ovšem předpokládat, že daný nesoulad může být s rostoucí časovou řadou v budoucnu odstraněn. V případě rizikového parametru LGD u nevýkonných pohledávek byly vazby mezi daným sub portfoliem a makroekonomickými veličinami výrazně narušovány během celého pozorovacího období pravidelnými odpisy pohledávek, z čehož lze usuzovat, že navázání parametru LGD na makroekonomické veličiny bude představovat problém i v budoucnu.

Z důvodu, že konstrukce parametru EAD a LGD modelem VEC nebyla úspěšná, byly dané parametry pro výpočet kapitálu nahrazeny jejich odhady pro odpovídající

časové období. Daným přístupem bylo dosaženo v porovnání se současnou hodnotou *RWA* nárůstu o 12,58 % a celkové hodnoty kapitálu o téměř 6 %. Pro objektivní posouzení, zda hodnotu kapitálu vytvořenou modelem VEC můžeme považovat za přiměřenou, by bylo vhodné její porovnání s alternativními přístupy tvorby kapitálu pro účely stres testů na totožném portfoliu retail klientely.

Literatura

ARLT, J., ARLTOVÁ, M., 2009. *Ekonomické časové řady*. Praha: Professional Publishing.

ASBERG, P., SHAHNAZARIAN, H., 2008. Macroeconomic impact on expected default frequency. *Sveriges Riksbank Working Paper Series* [online]. Č. 219. [cit. 19. 06. 2018]. Dostupné z: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.852.1719&rep=rep1&type=pdf>>.

ASSOUAN, S., 2012. Stress Testing a Retail Loan Portfolio: An Error Correction Model Approach. *The Journal of Risk Model Validation* [online]. Roč. 6, č. 1, s. 3–25. [cit. 19. 06. 2018]. doi: 10.21314/jrmv.2012.082.

BIS [Bank for International Settlements], 2006. *An International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards* [online]. [cit. 31. 03. 2017]. Dostupné z: <<https://www.bis.org/publ/bcbs128.pdf>>.

BIS [Bank for International Settlements], 2009. *Principles for sound stress testing practices and supervision* [online]. [cit. 31. 03. 2017]. Dostupné z: <<https://www.bis.org/publ/bcbs155.pdf>>.

BIS [Bank for International Settlements], 2017. *Basel III: Finalising post-crisis reforms* [online]. [cit. 31. 03. 2017]. Dostupné z: <<https://www.bis.org/bcbs/publ/d424.pdf>>.

ČNB, 2008. *Stress Testing Credit Risk: Is the Czech Republic Different from Germany* [online]. [cit. 03. 04. 2018]. Dostupné z: <https://www.cnb.cz/miranda2/export/sites/www.cnb.cz/en/research/research_publications/cnb_wp/download/cnbwp_2008_09.pdf>.

ČNB, 2017. *Spotřebitelský úvěr* [online]. [cit. 17. 06. 2018]. Dostupné z: <https://www.cnb.cz/cs/spotrebitel/ochrana_spotrebitele/spotrebitelsky_uver.html>.

ČSÚ, 2018a. *Výdaje na HDP* [online]. [cit. 02. 07. 2018]. Dostupné z: <https://www.czso.cz/documents/10180/61833261/hdpcr062918_vs.xlsx/a3bc3580-be50-4960-9202-5c2604696be8?version=1.1>.

ČSÚ, 2018b. *Nezaměstnanost* [online]. [cit. 02. 07. 2018]. Dostupné z: <<https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/index.jsf?page=vystup-objekt&pvo=ZAM01-C&f=TABULKA&z=T>>.

DWYER, G., 2015. *The Johansen Test for Cointegration* [online]. [cit. 18. 6. 2018]. Dostupné z: <<http://www.jerrydwyer.com/pdf/Clemson/Cointegration.pdf>>.

END, J., HOEBERICHTS, M., TABBAE, M., 2006. *Modelling scenario analysis and macro stress-testing* [online]. DNB Working Paper, No. 119. [cit. 31. 03. 2017]. Dostupné z: <https://www.dnb.nl/binaries/Working%20Paper%20119_tcm46-146776.pdf>.

FOGLIA, A., 2009. Stress Testing Credit Risk: A Survey of Authorities' Approach. *International Journal of Central Banking* [online]. Roč. 5, č. 3, s. 9–45. [cit. 18. 6. 2018]. Dostupné z: <<http://www.ijcb.org/journal/ijcb09q3a1.pdf>>.

GUERROUAZ, A., 2016. *Macroeconomic stress-testing of mortgage default rate using a vector error correction model and entropy pooling* [online]. Technical note No. 16-02. Montreal Institute of Structured Finance and Derivatives. [cit. 19. 06. 2018]. Dostupné z: <http://ifsid.ca/wp-content/uploads/2016/04/NT-16-02_Guerrouaz.pdf>.

HAUSER, M., 2016. *Vector error correction model, VECM, Cointegrated VAR* [online]. [cit. 03. 04. 2018]. Dostupné z: <http://statmath.wu.ac.at/~hauser/LVs/FinEtricsQF/FEtrics_Ch4.pdf>.

HOGGARTH, G., LOGAN, A., ZICCHINO, L., 2005. Macro Stress Tests of UK banks. *BIS Papers* [online]. Č. 22. [cit. 09. 04. 2018]. Dostupné z: <<https://www.bis.org/publ/bppdf/bispap22t.pdf>>.

JOHANSEN, S., 1988. Statistical Analysis of Cointegration Vectors. *Journal of Economic Dynamics and Control*. Roč. 12, č. 2–3, s. 231–254. doi: 10.1016/0165-1889(88)90041-3.

JOHANSEN, S., 1995. *Likelihood based Inference on Cointegration in the Vector Autoregressive model*. Oxford: Oxford University Press. doi: 10.1093/0198774508.001.0001.

MAGEE, L., 2013. *Unit Roots, Cointegration, VARs and VECMs* [online]. [cit. 18. 6. 2018]. Dostupné z: <https://socialsciences.mcmaster.ca/magee/761_762/02-Time%20series%20models%20B-notes.pdf>.

WONG, J., CHOI, K., FONG, T., 2006. A Framework for macro stress testing the credit risk of banks in Hong Kong. *Hong Kong Monetary Authority Quarterly Bulletin* [online]. Č. 49 (December 2006). [cit. 31. 03. 2017]. Dostupné z: <http://www.hkma.gov.hk/media/eng/publication-and-research/quarterly-bulletin/qb200612/E_25_38.pdf>.

Approaches to stress testing for regulatory purposes by institutions using the IRBA method

Michal Kováč

Abstract:

The paper deals with the stress test of institutions using IRBA method for determining the capital requirement. The VEC model was used to quantify the links between the macroeconomic variables and the risk parameters of PD, EAD and LGD. In addition to the construction of the VEC model itself, the paper presents the process of selecting appropriate macroeconomic variables and aggregating risk parameters. To design the stress scenario, the method of maximum penalizing the risk parameters of PD was used because of the failure to prove the links between the macroeconomic variables and the EAD and LGD parameters. Empirical analysis of individual variables and subsequent quantification of capital for stress test purposes was performed on the real portfolio of the retail client.

Keywords: Stress test; Retail clients; VECM; IRBA.

JEL Classification: C53, G32.