

Cena v neproporcionálním zajištění na základě Experience Rating

Adéla Stollinová*

Abstrakt:

Předložený článek se věnuje problematice zajištění. Zajištění je v současné době neodmyslitelnou součástí provozování pojistných produktů. Vzhledem k tomu, že zajištění nabývá různých podob a každá podoba má svá specifika, je potřebné se jednotlivým podobám zajištění věnovat. Článek má za cíl přiblížit neproporcionální podobu zajištění a konkrétně analyzovat stanovení ceny v neproporcionálním zajištění. Konkrétním předmětem analýzy je stanovení ceny neproporcionálního zajištění metodou Experience Ratingu pomocí modelů Burning Cost a Probabilistic Rating. Různé kalkulační metody jsou pak porovnávány mezi sebou a navíc jsou názorně rozebírány obtíže, které vznikají na základě použitých matematických metod, jež jsou založeny na historických datech a dále se statisticky indukují do predikce budoucího vývoje zajištěního krytí.

Klíčová slova: Neproporcionální zajištění; Burning cost; Experience rating.

JEL klasifikace: G22.

1 Úvod

Zajištění je v současné době nedílnou součástí provozování pojištění. Zajištění z pohledu pojistitele představuje nástroj vyrovnávání se s jeho riziky (zejména tzv. pojistně technickým rizikem), nástroj pro vyrovnávání výkyvů v pojistných plněních, pro zvýšení upisovací kapacity pojistitele. Dále zajištění z pohledu pojistitele představuje nástroj k ovlivňování jeho solventnosti. Zajištění může být uplatněno v různé podobě. V tomto článku se budeme zabývat neproporcionálním zajištěním, konkrétně problematikou určení ceny zajištění škodního nadměrku na základě tzv. Experience Ratingu (Hürlimann, 1994; Steinmann, 2002). Experience Rating je oceňovací metoda, která je založena na sazbování historických škod daného portfolia pojistných smluv. Cílem článku je charakterizovat a porovnat kalkulační metody ocenění rizik a aplikovat je na praktickém příkladu. Dále si popíšeme předpoklady použití modelu, jeho výhody i nevýhody oproti jiným metodám.

* Adéla Stollinová; Vysoká škola ekonomická, Fakulta financí a účetnictví, katedra bankovníctví a pojišťovnictví, nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3; Assistant Underwriter, Non-Life Underwriting, VIG RE zajišťovna, a. s., Templová 747/5, 110 01 Praha 1; <xstoa08@vse.cz>, <a.stollinova@vig-re.com>.

Článek je zpracován jako výstup projektu F1/21/2016 „Vývojové trendy v bankovníctví a pojišťovnictví v podmínkách měnících se finančních trhů“ na Fakultě financí a účetnictví Vysoké školy ekonomické v Praze.

2 Typ a struktura zajištění

U neproporcionálního zajištění je plnění od zajišťovny určeno výlučně výší skutečně vzniklých škod přesahující předem sjednanou hodnotu vlastního vrubu pojišťovny (Ducháčková, 2003). Pojišťovna za zajištění ochrany platí *zajistné* (*Reinsurance Premium*), které se obvykle určuje nezávisle na předepsaném pojistném na základě statistického šetření ohledně pravděpodobnosti, že skutečná výše škody přesáhne vlastní vrub pojistitele. Zajistné může mít podobu *zajistné sazby* (*Reinsurance Rate*) v procentech, kterým se pak násobí očekávané pojistné nebo *pevného zajištění* (*Flat Premium*) či dokonce v některých případech i *klouzavé zajištění* (*Swing Rate*), kdy se procentuální sazba zajištění, kterým se bude násobit pojistné, odvíjí od poměru škod v zajištění na celkovém pojistném, tzv. *škodním poměru* (*Loss Ratio*) (Cipra, 2006).

Jádro odhadu zajištění neproporcionálního zajištění vychází hned z několika segmentů: situace na trhu, rentabilita kapitálu, výdaje, míra jistoty, pravděpodobnost a závažnost předpokládané ztráty. *Netto zajištění* (*Risk Premium*) je část ceny, která pokrývá v průměru očekávanou ztrátu zajišťovny v důsledku plnění a *bezpečnostní přírážka* (*Uncertainty loading*) pak pokrývá náhodné výkyvy ve výši plnění a vyjadřuje tak míru jistoty. Finální *brutto zajištění* se skládá také ze složek zohledňující požadavky zmíněné výše. Zaměření článku je soustředěno především na konstrukci netto zajištění označovaného jako *tarifování* (*quotation*). Underwriter si musí před samotným oceněním rizika položit pár otázek týkajících se následujících oblastí.

Náklady zajišťovny zahrnují náklady na zaměstnance, na administrativu, na získání obchodu (provize pro zajištění makléře (*Brokerage*), náklady spojené s retrocesí (*Retrocession costs*)), aj. Můžeme sem zahrnout i ziskovou přírážku (*Profit Margin*) (Cipra, 2004). Typicky se v praxi cena navyšuje o 20 %, ale v některých případech to může být ale díky volatilitě trhu či obchodu i více.

Rentabilita investovaného kapitálu (ROCE) je měřítkem zisku, který by mohl být generován, kdyby se vyhrazený kapitál nepoužil na daný zajišťovací obchod. Požadavek na návratnost kapitálu v sobě obsahuje především výši úrokových sazeb či míru návratnosti investice. Kapitál je poskytován především akcionáři, ale i věřiteli. Musíme proto brát v úvahu i výnosy pro věřitele a podíl akcionářů na zisku. V praxi to bývá přírážka přibližně 15 %. Ale opět se to může v některých případech lišit.

Jedním z klíčových faktorů ovlivňující výši konečné ceny je situace na daném trhu, očekávané legislativní změny, upisovací politika zajišťovny, vztah s klientem či škodní historie a trend. Pod upisovací politiku můžeme zařadit trhy, kde může zajišťovna běžně upisovat obchod, rizika, která může přijímat, akumulaci rizik jednoho typu, povinné výluky či objem kapitálu, který může na daný obchod vyčlenit. Škodní historie a trend v sobě zahrnuje vývoj portfolia, jeho volatilitu,

inflaci v dané upisovací zemi ale i cyklus zajištění trhu, ekonomické a politické faktory.

3 Renewal info

Pojišťovna, která má zájem sjednat zajištění, se obrací na zajišťitele přímo nebo nepřímo přes zajištění makléře, brokera. Protistraně musí poskytnout určité informace o sobě samotné, o svém portfoliu, o upisovatelské politice a plánech do budoucna. Pojišťovna si buď sama určí požadovanou strukturu zajištění, nebo si nechá navrhnout strukturu, která je pro ni nejvhodnější. My se budeme soustředit na ten případ, kdy už pojišťovna jasně určí, co chce a žádá jen o ocenění.

Žádost by měla v základu obsahovat název pojistitele, že se jedná o neproporcionální zajištění škodního nadměru (*Excess of Loss – XL*), typ zajištění (*Per Risk – WXL/R, Per Event – WXL/E*), kategorii a typ krytých rizik (*Class of Business – CoB, Lines of Business – LoB*), měnu kontraktu, prioritu a limity jednotlivých vrstev, počet a cenu reinstatementů, předpokládané GNPI (*Gross Net Premium Income*), což je pojistné očištěné od všech storen a výdajů na jiná zajištění, z kterých toto zajištění bude čerpat bez odečtu správních nákladů prvopojistitele (Mapfre, 2013), území, na kterém jsou rizika kryta, typ účetního módu (*Underwriting Year – UY/RAD, Occurrence Year – LOD/OY, Clean Cut – CC*) a periodu zajištění.

Dále pojistitel poskytuje dodatečné informace ze své databáze ohledně vývoje portfolia a to přinejmenším škodní historii a vývoj pojistného (čím více let, tím lépe) a očekávaný rizikový profil, popř. i rizikové profily z let minulých, aby mohl zajišťitel analyzovat, zda je portfolio neměnné či jaké změny lze v něm sledovat a na případné nejasnosti či výrazné změny se pojišťovny doptat.

4 Burning Cost Quotation

Burning Cost model je oceňovací metoda, která poskytuje prvotní orientaci, kde by se měla cena zajištění pohybovat. Základní myšlenkou jsou zkušenosti z minulých let, které jsou náležitě upraveny, predikující budoucí očekávaný vývoj. Smyslem je rekalkulovat historické škody a pojistné na současnou hodnotu přes vhodně zvolený index (Clark, 1996).

Výpočet je znázorněn na modelovém příkladu pojišťovny, která žádá o zajišťnou smlouvu s následujícími parametry:¹

Period: Losses occurring during the 12 month period from 01.01.2017 to 31.12.2017

Type: Risk Excess of Loss

¹ Specifikace zajištění kontraktu je v anglickém jazyce v návaznosti na praxi, ve které se většina smluv vyskytuje. Veškerá vstupní data jsou smyšlená s ohledem na realitu hodnot.

Class of Business: Property - simple Fire

Territorial Scope: Czech Republic

Limits: L1 CZK 10 000 000 in excess of CZK 10 000 000

L2 CZK 80 000 000 in excess of CZK 20 000 000

L3 CZK 150 000 000 in excess of CZK 100 000 000

Reinstatement: L1 unlimited and free

L2 unlimited and free

L3 unlimited and free

Estimated Gross Net Earned Premium Income 2017: CZK 250 000 000

Kontrakt je sjednáván na celý rok 2017 s tím, že kryje škody, které se stanou právě během tohoto roku bez ohledu na to, kdy byla pojistka upsána. Smlouva má zajišťovat kmen majetkových pojistek kryjící riziko požáru v České republice typem per risk (WXL/R), to znamená na bázi jednotlivých škod, nikoliv jednotlivých škodních událostí. Jedná se o zajištění neproporcionální s vlastním vrubem prvopojistitele 10 mil. CZK až do hranice rizik 250 mil. CZK. Smlouva je rozdělena do tří vrstev a pro zjednodušení má neomezený počet neplacených reinstatementů. Naším úkolem je určit cenu zajistného pro každou zajistnou vrstvu zvlášť. Odhad GNPI činí 250 mil. CZK.

Pojišťovna poskytla zajišťovně historický vývoj pojistného pro příslušné portfolio společně se škodní historií s prahovou hodnotou od 1,5 mil. CZK. Data jsou dostupná od roku 2007.

Prahová hodnota nám udává spodní hranici, kterou musí škoda přesáhnout, aby se brala v úvahu pro oceňování. Prahová hodnota je vždy nižší než vlastní vrub pojišťovny kvůli případné indexaci v čase.

Tab. 1 Historický vývoj pojistného (v Kč)

Rok	GNPI
2007	212 563 027
2008	242 569 874
2009	276 523 654
2010	286 847 047
2011	200 265 874
2012	202 689 745
2013	267 056 874
2014	285 698 405
2015	247 456 980
2016	268 705 983
Odhad 2017	250 000 000

Zdroj: vlastní zpracování smyšlených dat.

Tab. 2 Škodní historie (v Kč, práh 1,5 mil. Kč)

Rok	Hrubá škoda	Rok	Hrubá škoda
2007	11 252 678	2011	9 845 124
2007	1 765 263	2011	2 684 705
2008	9 523 647	2012	1 587 950
2008	8 486 957	2012	39 685 401
2008	16 896 020	2012	1 698 743
2009	1 589 620	2012	1 726 893
2009	25 452 365	2012	22 415 782
2009	12 547 869	2013	6 854 703
2009	1 712 457	2013	2 478 630
2010	23 689 214	2013	16 859 350
2010	4 452 147	2013	1 535 874
2010	1 589 602	2014	27 043 687
2010	4 275 896	2014	33 004 586
2010	5 714 658	2014	13 248 769
2010	4 258 961	2015	7 652 413

Zdroj: vlastní zpracování smyšlených dat.

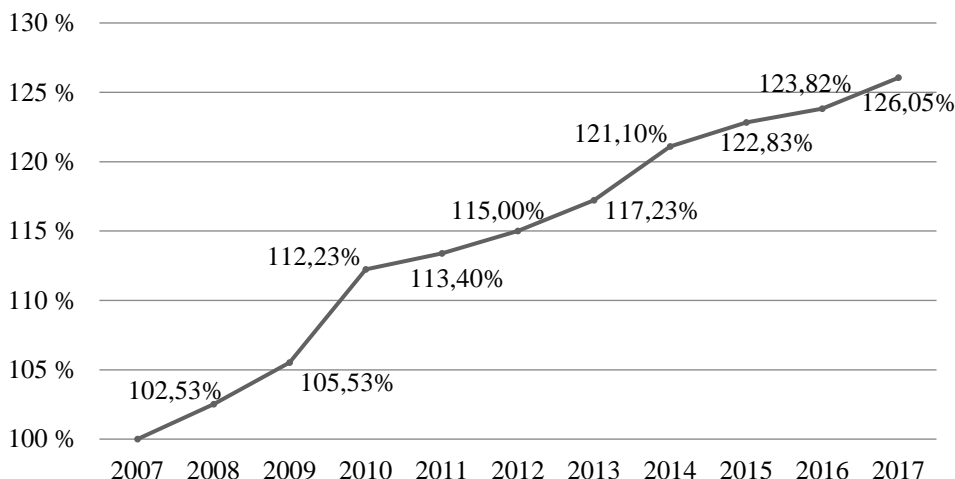
Smluvní zajištění je určeno jako procento z odhadovaného GNPI a definováno jako

$$RP = r * GNPI, \quad (1)$$

kde r představuje tzv. zajištnou sazbu (*Reinsurance Rate*) (Hrevuš, 2011).

Nyní si ukážeme jednu z alternativ manuálního výpočtu zajištného na základě Burning Cost. V praxi upisovatelé či zajištní matematici (aktuáři) na to používají různé softwary, ale my si ukážeme základní myšlenku. Nejprve upravíme pojistné z dostupných dat na současnou hodnotu. K tomu se využívá index mezd (*wage index*), index spotřebitelských cen CPI (*customer price index*), atd. V našem příkladu by bylo v praxi vhodné zvolit index cen nemovitostí, jelikož se jedná o portfolio majetkových pojistek proti požáru a brát v úvahu data až od roku 2011, kdy došlo k výraznějšímu poklesu GNPI oproti předešlým meziročním nárůstům a popřípadě i některé škody z určitých důvodů nebrat vůbec v úvahu. Právě taková rozhodnutí jsou úlohou underwritingu. My však použijeme i tak všechny dostupné roky a škody, a tedy i vhodněji zvolíme stabilní index CPI reflektující inflační prostředí.

Graf 1 Index CPI pro ČR s bazickým rokem 2007



Zdroj: vlastní zpracování na základě upravených dat z MMF.

Index CPI použijeme pro to, abychom převedli pojistné na současnou hodnotu.

$$Indexed\ GNPI(t) = GNPI(t) * \frac{Index\ CPI\ (2017)}{Index\ CPI\ (t)} * 100\% \quad (2)$$

Tab. 3 Indexovaný historický vývoj pojistného (v Kč)

Rok	GNPI	Indexované GNPI
2007	212 563 027	267 935 696
2008	242 569 874	298 214 499
2009	276 523 654	330 292 870
2010	286 847 047	322 169 387
2011	200 265 874	222 605 938
2012	202 689 745	222 165 586
2013	267 056 874	287 149 356
2014	285 698 405	297 376 416
2015	247 456 980	253 944 088
2016	268 705 983	273 545 382
Odhad 2017	250 000 000	250 000 000
Celkem	2 740 377 463	3 025 399 217

Zdroj: vlastní zpracování.

Stejně jako pojistné pak indexujeme i všechny škody, které nastaly a byly reportovány nad hranici 1,5 mil. Kč. Poté rozdělíme jejich případné zajistné krytí

do jednotlivých vrstev podle dnešní požadované struktury pojistné smlouvy. Modelujeme tak vlastně případ, jak velká by byla škoda, kdyby se stala dnes a jak by čerpala ze zajištění.

Tab. 4 Indexovaná škodní historie, rozdělení škod do vrstev (v Kč, práh 1,5 mil. Kč)

Rok	Hrubá škoda	Indexovaná škoda	Škoda v L1	Škoda v L2	Škoda v L3
2007	11 252 678	14 184 001	4 184 001	0	0
2007	1 765 263	2 225 114	0	0	0
2008	9 523 647	11 708 336	1 708 336	0	0
2008	8 486 957	10 433 833	433 833	0	0
2008	16 896 020	20 771 904	10 000 000	771 904	0
2009	1 589 620	1 898 717	0	0	0
2009	25 452 365	30 401 503	10 000 000	10 401 503	0
2009	12 547 869	14 987 765	4 987 765	0	0
2009	1 712 457	2 045 439	0	0	0
2010	23 689 214	26 606 303	10 000 000	6 606 303	0
2010	4 452 147	5 000 384	0	0	0
2010	1 589 602	1 785 346	0	0	0
2010	4 275 896	4 802 430	0	0	0
2010	5 714 658	6 418 361	0	0	0
2010	4 258 961	4 783 410	0	0	0
2011	9 845 124	10 943 368	943 368	0	0
2011	2 684 705	2 984 189	0	0	0
2012	1 587 950	1 740 531	0	0	0
2012	39 685 401	42 671 200	10 000 000	22 671 200	0
2012	1 698 743	1 826 551	0	0	0
2012	1 726 893	1 856 819	0	0	0
2012	22 415 782	24 102 272	10 000 000	4 102 272	0
2013	6 854 703	7 134 891	0	0	0
2013	2 478 630	2 579 945	0	0	0
2013	16 859 350	17 548 481	7 548 481	0	0
2013	1 535 874	1 598 653	0	0	0
2014	27 043 687	27 752 640	10 000 000	7 752 640	0
2014	33 004 586	33 869 804	10 000 000	13 869 804	0
2014	13 248 769	13 596 087	3 596 087	0	0
2015	7 652 413	7 790 233	0	0	0
Celkem	321 529 965	356 048 511	93 401 871	66 175 626	0

Zdroj: vlastní zpracování.

$$Indexed\ Loss(i) = Gross\ Loss(i) * \frac{Index\ CPI\ (2017)}{Index\ CPI\ (t_i)} * 100\ \%, \quad (3)$$

$$Loss\ to\ L1(i) = \max(\min(LimitL1; Indexed\ Loss(i) - RetentionL1); 0), \quad (4)$$

$$Loss\ to\ L2(i) = \max(\min(LimitL2; Indexed\ Loss(i) - RetentionL2); 0), \quad (5)$$

$$Loss\ to\ L3(i) = \max(\min(LimitL3; Indexed\ Loss(i) - RetentionL3); 0), \quad (6)$$

kde *LimitL1* je kapacita první vrstvy (10 mil. Kč), *LimitL2* druhé vrstvy (80 mil. Kč), *LimitL3* třetí vrstvy (150 mil. Kč), *RetentionL1* je vlastní vrub pojišťovny, *RetentionL2* je vlastní vrub pojišťovny a kapacita první vrstvy, *RetentionL3* je vlastní vrub pojišťovny a kapacita první i druhé vrstvy. Výsledky výpočtu shrnuje tabulka 4.

Výslednou sazbu nettozajistného pro vrstvu pak určíme jako prostý podíl celkových indexovaných škod příslušné vrstvy k celkovému indexovanému pojistnému za všechny sledované roky. V reálném případě se ale opět underwriter může individuálně na základě různých skutečností rozhodnout, co vše vezme dále v úvahu.

$$RateL1 = \frac{Total\ Losses\ to\ L1}{Total\ Indexed\ GNPI} \quad (7)$$

$$RateL2 = \frac{Total\ Losses\ to\ L2}{Total\ Indexed\ GNPI} \quad (8)$$

$$RateL3 = \frac{Total\ Losses\ to\ L3}{Total\ Indexed\ GNPI} \quad (9)$$

Celková sazba pro celý zajistný kontrakt je pak sumace jednotlivých sazeb po vrstvách.

$$Rate = (RateL1 + RateL2 + RateL3) \quad (10)$$

Tab. 5 Zajistné sazby vypočtené metodou Burning Cost

Vrstva	Sazba
L1	3,0873 %
L2	2,1873 %
L3	0,0000 %
Celkem	5,2746 %

Zdroj: vlastní zpracování.

Celková vypočtená sazba pro nettozajistné v našem modelovém příkladu pojišťovny činí 5,2746 %. Nicméně metoda Burning Cost nám vypočítala sazbu na třetí vrstvu 0 %, což je v praxi problém a naznačuje nám to tak nevýhodu této metody. Zajišťovny proto používají pro vrchní vrstvy velmi často tzv. kapitálový model, kde platí zjednodušené pravidlo, které požaduje návratnost vrstvy alespoň 1 %. Pro tento případ používáme vztah zajistného a kapacity vrstvy.

$$ROL(x) = \frac{RP(x)}{LimitL(x)}, \quad (11)$$

kde ROL je tzv. *Rate on line*, $RP(x)$ je zajistné příslušné vrstvy x a $LimitL(x)$ je kapacita příslušné vrstvy x .

Dalším ukazatelem pak může být i vztah převrácený nazývaný jako *Payback* určující potřebnou dobu v letech k obnovení výplaty škody, která se týká celé konkrétní vrstvy (Munich Re, 2015).

$$Payback(x) = \frac{1}{ROL(x)} \quad (12)$$

Podle požadavku min. $ROL = 1$ % upravíme tedy sazbu pro třetí vrstvu.

$$RateL3 = \frac{ROL(L3) * LimitL3}{GNPI\ 2017} \quad (13)$$

Sazba na třetí vrstvu nám poté vyjde 0,6000 % a finální celková nettosazba vypočtená metodou Burning Cost pak činí 5,8746 %. A odhadované cedované pojistné do zajištění pak určíme jako násobek procentuální sazby zajistného a odhadovaného GNPI. V našem příkladě to činí 14 686 500 Kč. V zajistných smlouvách se ještě uvádí *minimální zajistné (M&D, Minimum and Deposit Premium)*, které určuje spodní hranici konečného přijatého zajistného. Může se totiž stát, že své odhadované pojistné pojišťovna nakonec nevybere a tak se sníží i vybrané zajistné zajišťovny. Z tohoto důvod určíme M&D jako procento m z předpokládaného cedovaného pojistného. Procento m se v praxi pohybuje různě a je často na dohodě mezi zúčastněnými stranami. Nejčastější případy jsou v intervalu 80 % – 85 %, nicméně menší ani větší procento není výjimkou.

Velkou výhodou Burning Cost metody je její snadnost výpočtu a jakási prvotní orientace. Jde o metodu založenou na reálných historických zkušenostech. Tato metoda se však dá použít jen pro stabilní pojistné portfolio, pro tržní prostředí bez významných legislativních změn a pro portfolio s dostatkem historických škod (Aon Benfield, 2016). Problém nastává, když nemáme k dispozici dostatečný počet pozorování, což se stává zejména ve vyšších zajistných vrstvách s malým počtem dat nebo ve vrstvách bez jakýchkoliv zkušeností (Cipra, 2004). Stejně tak se nedá

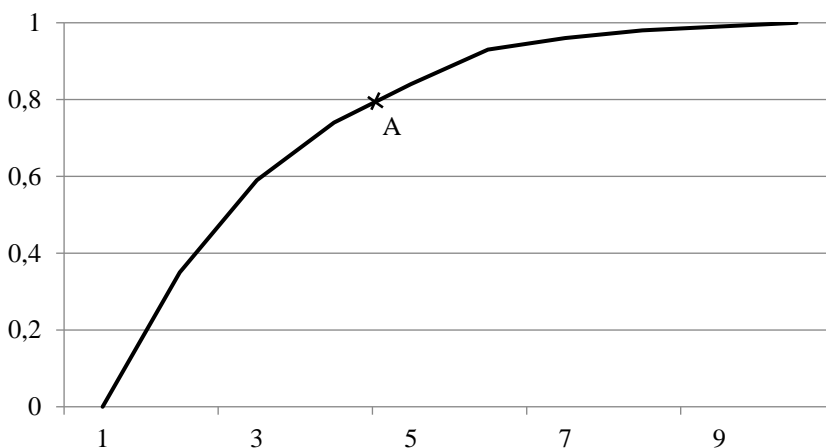
metoda Burning Cost použit na pojišťovny, které jsou na trhu nové či změnilly výrazně svůj pojistný kmen.

5 Probabilistic Rating

Probabilistic Rating je další metoda založená na zkušenostech z minulých let. Jde o pravděpodobnostní model, kterým se snažíme odhadnout počet škod v příslušném roce a průměrnou výši škody extrapolací nižších vrstev do vrstev s vyšší prioritou. Část zaměřená na očekávaný počet škod se nazývá *Frequency Model* nebo *Loss Frequency* a část snažící se určit průměrnou výši škody se označuje jako *Severity Model* či *Loss Severity* (Mapfre, 2013).

Loss Severity odhadujeme pomocí kumulativní distribuční funkce (CDF). V našem případě máme v grafu na ose x velikost škody a na ose y pravděpodobnost výskytu škody. Budeme pracovat s Paretovým rozdělením škod za prioritou zajištění kontraktu (Schmutz a Doerr, 1998).

Obr. 1 Kumulativní distribuční funkce



Zdroj: <https://blacklen.wordpress.com/2011/04/16/generalized-pareto-distribution/>;
upraveno autorem.

Tvar příslušné křivky rozdělení závisí na zvoleném parametru (*Pareto parameter*), který si určíme podle předmětu zajištění a typu rizik. Například, v označeném bodě A nám graf říká, že pokud nastane určitá škoda, tak s pravděpodobností 80 % bude menší než 5násobek priority zajištění kontraktu.

V případě *Loss Frequency* budeme používat obdobný přístup, akorát v praxi se používá Poissonovo rozdělení pro určení počtu očekávaných škodních událostí.

$$RP(x) = LF(OP) * OP^\alpha * \frac{Retention(x)^{1-\alpha}}{1-\alpha} * \left[\left(\frac{Retention(x) + Limit(x)}{Retention(x)} \right)^{1-\alpha} - 1 \right] \quad (14)$$

Pomocí tohoto matematického vzorce, který se běžně vyskytuje ve výpočtech v praxi, budeme určovat cenu zajistného (VIG Re, 2016). Ovšem je si potřeba uvědomit, že tento vzorec platí pouze pro $\alpha = 1$. Tento koeficient je velmi důležitý a liší se pro různé typy pojistných rizik. Vráťme se k němu v závěru postupu výpočtu.

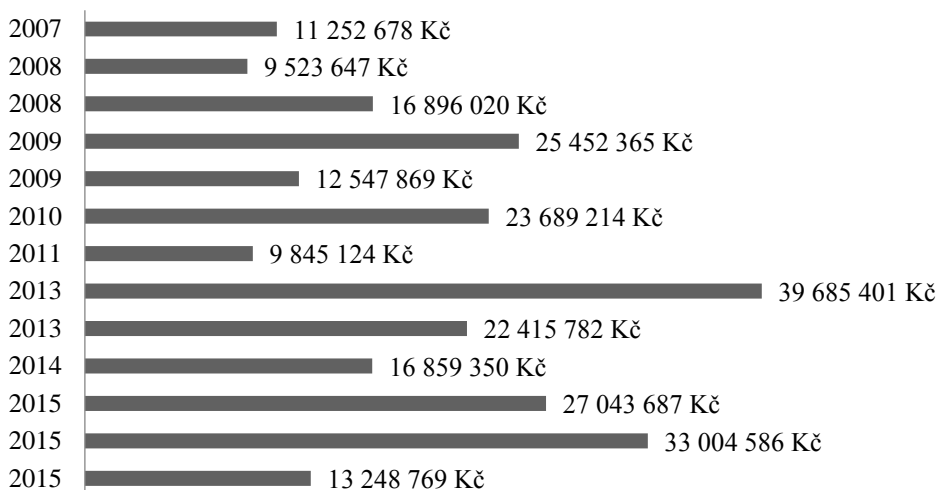
Výraz $RP(x)$ (*Reinsurance Premium*) představuje zajistné příslušné vrstvy x , které potřebujeme spočítat jako finální cenu. $LF(OP)$ (*Loss Frequency*) je odhadovaný počet škod nad zvolenou prahovou hodnotou OP (*Observation Point*), koeficient α je parametr Paretova rozdělení, $Retention(x)$ je vlastní vrub pojišťovny pro příslušnou vrstvu x a $Limit(x)$ je zajistná kapacity vrstvy x .

Nejprve si odhadneme počet škod nad zvolenou hranicí. Určení hranice pro výpočet je jedním z prvotních a hlavních úkolů underwritera a jak si později ukážeme, tak jsou sazby zajistného velmi citlivé na tento parametr. Pro náš případ si vezmeme prahovou hodnotu jako 85 % z vlastního vrubu pojišťovny, tzn. z $RetentionL1$. Při nastavení zvoleného procenta jsme brali v úvahu počet let známých historických škod, indexaci škod CPI indexem a typ rizika, kdy pojištění majetku je tzv. short-tail a to znamená, že se v čase (např. po několik let) škoda nevyvíjí a odškodnění je placeno téměř okamžitě a většinou jednorázově. U odpovědnostních pojištění jakožto long-tail bychom naopak volili obezřetnější práh.

$$OP = 85 \% * RetentionL1 = 85 \% * 10\,000\,000 = 8\,500\,000 \quad (15)$$

Pro určení frekvence škodovosti využijeme poskytnutá historická data a vybereme z ní škody pouze nad naši pozorovatelnou hranici 8 500 000 Kč.

Graf 2 Škodní historie nad prahovou hodnotou 8 500 000 Kč



Zdroj: vlastní zpracování.

Pouhým poměrem počtu historických škod a počtu pozorovaných let pak určíme předpokládaný průměrný počet škod v jednom roce.

$$LF(OP) = \frac{13}{10} = 1,3 \quad (16)$$

V případě, že bychom neměli dostupné informace o historických škodách nebo portfolio by bylo úplně nové, tak bychom jako underwriter museli toto číslo čistě odhadovat podle tržní situace a různých jiných vlivů.

Jediné, co nám ještě zbývá před samotným numerickým výpočtem je určit Paretův parametr α . Ten nám vyjadřuje především typ pojistného portfolia, které se snažíme ocenit. Závisí tak na typu rizik i na samotném předmětu zajištění. Touto problematikou se nejvíce zabývá zajišťovna Swiss Re, která modeluje i různé tzv. Swiss Re křivky (*Swiss Re Curves*), pomocí kterých oceňují portfolia zajišťovny na celém světě. Nicméně pro náš účel si od Swiss Re vypůjčíme jejich jakási ustálená pravidla, že parametr α by se měl např. pro riziko zemětřesení rovnat 1, pro požár 2, pro požár v průmyslu 1,5, atd. (Antal, 2003). Jelikož my nemáme o pojistném kmeni, resp. jednotlivých pojistkách více informací, tak si za Paretův parametr zvolíme číslo 1,6 a zůstaneme tak spíše konzervativní i s ohledem na počet a výši škod v portfoliu. Níže si ještě ukážeme případ, jak dokáže být výpočet zajištění citlivý i na tento parametr.

Teď už jen dopočítáme zajištění pro jednotlivé vrstvy pomocí všech již známých čísel.

$$RP(L1) = 1,3 * 8\,500\,000^{1,6} * \frac{10\,000\,000^{1-1,6}}{1-1,6} * \left[\left(\frac{10\,000\,000 + 10\,000\,000}{10\,000\,000} \right)^{1-1,6} - 1 \right] = 5\,684\,018 \quad (17)$$

$$RP(L2) = 1,3 * 8\,500\,000^{1,6} * \frac{20\,000\,000^{1-1,6}}{1-1,6} * \left[\left(\frac{20\,000\,000 + 80\,000\,000}{20\,000\,000} \right)^{1-1,6} - 1 \right] = 6\,825\,333 \quad (18)$$

$$RP(L3) = 1,3 * 8\,500\,000^{1,6} * \frac{100\,000\,000^{1-1,6}}{1-1,6} * \left[\left(\frac{100\,000\,000 + 150\,000\,000}{100\,000\,000} \right)^{1-1,6} - 1 \right] = 1\,774\,682 \quad (19)$$

Sazbu zajistného spočítáme lehce jako podíl zajistného k odhadovanému pojistnému vyjádřenému jako GNPI.

$$Rate(x) = \frac{RP(x)}{GNPI} * 100\% \quad (20)$$

Například pro první vrstvu:

$$RateL1 = \frac{5\,684\,018}{250\,000\,000} * 100\% = 2,2736\% \quad (21)$$

Celkové vypočtené sazby zajistného metodou Probabilistic Rating nám ukazuje následující tabulka.

Tab. 6 Zajistné sazby vypočtené metodou Probabilistic Rating

Vrstva	Sazba
L1	2,2736 %
L2	2,7301 %
L3	0,7099 %
Celkem	5,7136 %

Zdroj: vlastní zpracování.

Minimální zajistné bychom dále spočítali stejně jako v části 4 Burning Cost Quotation.

Výhodou Probabilistic Ratingu je vhodnost pro práci s velkými škodami a s vrstvami s omezenou či žádnou škodní historií. Na rozdíl od Burning Cost

Quotation nám sazba na třetí vrstvu, kam historická nenáležely žádné škody, vyšla nenulová. Tato metoda je velmi vhodná pro neproporcionální smlouvy s historickými zkušenostmi daného portfolia.

Problémem se ukazuje případ, kdy se očekávají výrazné změny ve vývoji portfolia během roku, pro které zajištění počítáme (Cípra, 2004). Další nevýhodou je, když nemáme dostatek počtu pozorování, protože pak se nám špatně odhaduje parametr vyjadřující frekvenci škodovosti a stejně tak i určení prahové hodnoty. Nyní si pro zajímavost ukážeme, jak se změní cena zajistného, když drobně změním hodnotu pozorování OP a tím pádem i $LF(OP)$.

Například pro hodnotu $OP = 9\,000\,000$ Kč nám zůstává $LF(OP)$ stále 1,3 z důvodu toho, že nemáme žádnou škodu v intervalu 8 500 000 až 9 000 000. Sazby spočítané manuálně na základě této OP a s neměnnými ostatními parametry v porovnání se sazbami z našeho manuálního výpočtu jsou následující.

Tab. 7 Vliv změny OP na zajistné sazby

Vrstva	Sazba ($OP=8,5$ mil.)	Sazba ($OP=9$ mil.)
L1	2,2736 %	2,4913 %
L2	2,7301 %	2,9916 %
L3	0,7099 %	0,7779 %
Celkem	5,7136 %	6,2608 %

Zdroj: vlastní zpracování na základě vlastních výpočtů.

Změna v absolutní hodnotě celkového odhadovaného zajistného je pak 1 367 922 Kč. Posledním problémem, který si znázorníme i matematicky je určení Paretova parametru α . Ohledně naší případové pojišťovny bychom si mohli např. říci, že jejich portfolio bude složeno převážně z pojistek pro domácnosti a malé podniky, a tak zvolíme číslo 1,8, které už se blíží k doporučenému číslu 2 pro malé expozice (Antal, 2003). Sazby spočítané s takto změněným parametrem a při neměnných ostatních číslech jsou pak v porovnání se sazbami z manuálního výpočtu následující.

Tab. 8 Vliv změny parametru α na zajistné sazby

Vrstva	Sazba ($\alpha=1,6$)	Sazba ($\alpha=1,8$)
L1	2,2736 %	2,0650 %
L2	2,7301 %	2,0175 %
L3	0,7099 %	0,3995 %
Celkem	5,7136 %	4,4820 %

Zdroj: vlastní zpracování na základě vlastních výpočtů.

Změna celkového odhadovaného zajistného v tomto případě činí −3 079 064 Kč.

6 Vyhodnocení výstupů

V tabulce 9 níže vidíme porovnání našich výstupů z předchozích propočtů. Sazby spočítané na základě metody Burning Cost nám udaly jakousi prvotní orientaci, okolo jakých hodnot by se měly sazby zajištění reálně pohybovat. Tyto výpočty byly velmi snadné a založené na reálných dostupných datech. Ovšem pro třetí vrstvu jsme musely použít alternativní výpočet nákladů na kapitál, protože zde nikdy nebyly škodní události. Tento problém jsme vyřešili v metodě Probabilistic Rating, kde je velkou výhodou to, že můžeme spočítat sazbu i na vrstvách bez předchozích zkušeností. Avšak, i u této metody jsou určité nevýhody jejího použití, jako je například vysoká citlivost zvolených parametrů OP a α . Společnými překážkami v použití Experience Ratingu jsou případy, kdy nemáme k dispozici dostatečný počet pozorování z minulosti či očekáváme větší změny v pojistném kmeni během roku. Tyto problémy lze řešit modelováním na základě tzv. Exposure Ratingu.

Kdybychom měli určit sazby, které se přímo navrhnou prvopojistiteli jako podmínky zajištění, tak zohledníme veškeré informace, které máme k dispozici a spíše než-li nettozajistné počítáme rovnou bruttozajistné zohledňující různé přírážky. Dále bychom brali v potaz i vztah s klientem, vazbu na ostatní zajištění programy, tržní prostředí atd. Dále si musíme uvědomit, že námi spočítané sazby jsou platné pro škodní průběh LR = 100 %.

Tab. 9 Porovnání finálních sazeb

	Burning Cost Quotation	Probabilistic Rating
	Sazba	
L1	3,0873 %	2,2736 %
L2	2,1873 %	2,7301 %
L3	0,6000 %	0,7099 %
Celkem	5,8746 %	5,7136 %
	Zajistné	
Celkem	14 686 500 Kč	14 284 000 Kč
	Minimální zajistné	
Celkem	11 749 200 Kč	11 427 200 Kč

Zdroj: vlastní zpracování.

Na základě našeho příkladu bychom modelové pojišťovně nabídli finální sazby a to např. L1: 4,25 %, L2: 3,25 %, L3: 1,00 %.

V praxi to pak většinou funguje tak, že pojišťovna poptává zajištění s určitými parametry u několika zajišťoven naráz a zajišťovny jí zpětně nabízejí cenu, za kterou jsou ochotni toto zajištění poskytnout. Pojišťovna si pak vybere takovou cenu, která je pro ni nejvýhodnější, avšak s ohledem na to, aby dokázala umístit na zajišťovací trh celých 100 %, které chce cedovat. Není výjimkou, že některé zajišťovny nakonec přistoupí i na nižší cenu, než kterou původně samy nabízeli. Při vyjednávání často

dochází i k různým cenovým politikám. Na jednom kontraktu se pak obvykle podílí několik zajišťoven s různými podíly. Vedoucí zajišťovna s největším podílem má určité výhody a může dokonce mít i o něco vyšší relativní cenu. Pojišťovny a zajišťovny dále mezi sebou vyjednávají například i výluky ze zajistného kontraktu a jiné právní a formální podmínky.

7 Závěr

Zajistný trh je v současné době nezastupitelnou součástí oblasti pojišťovnictví. Drží v sobě obrovskou část kapitálu a jeho význam roste s pokračující globalizací. Samy pojišťovny, ale i regulační orgány požadují stále větší objem a kvalitu zajistných obchodů. Instrumenty poskytující zajištění se neustále rozvíjí, modernizují a je zde prostor i pro kreativní individuální řešení. Dokonce se v posledních letech objevují i metody ART (*Alternative Risk Transfer*), které hledají podporu na kapitálových trzích pomocí různých derivátových instrumentů a to především v dobách, kdy se sazby na zajistných trzích extrémně zvyšují. Zajistný trh je ale v poslední době docela měkkým trhem, avšak postupem času jdou již ceny mírně nahoru.

Neproporcionální forma se v dnešní době využívá především u krytí katastrofických událostí, jako jsou například povodně. Především v roce 2013 utrpěly zajišťovny na českém pojistném trhu vysoké ztráty z důvodu povodní, což mělo vliv na další vývoj cen zajistného. Sazby se navyšovaly, upravovaly se podmínky zajistných kontraktů a oddělovalo se od sebe krytí jednotlivých rizik a krytí jednotlivých událostí, které se dříve často kombinovalo do jedné smlouvy s jedinou cenou. Tyto změny pak měly významný vliv i na samotnou cenu pojištění.

Literatura

ANTAL, P., 2003. *Quantitative Methods in Reinsurance* [online]. Swiss Re. [cit. 15. 8. 2015]. Dostupné z: <<http://www.math.ethz.ch/finance/>>.

AON BENFIELD, 2016. *Fundamentals of Reinsurance; Pricing*. VIG Re. Interní document.

CIPRA, T., 2004. *Zajištění a přenos rizik v pojišťovnictví*. Praha: Grada Publishing.

CIPRA, T., 2006. *Pojistná matematika – teorie a praxe*. Praha: Ekopress.

CLARK, D., 1996. *Basics of Reinsurance Pricing* [online]. FCAS. [cit. 15. 4. 2017]. Dostupné z: <<http://www.casact.org/library/studynotes/clark6.pdf>>.

DUCHÁČKOVÁ, E., 2003. *Principy pojištění a pojišťovnictví*. Praha: Ekopress.

HREVUŠ, J., 2011. Rating of non proportional reinsurance using the Pareto model. *Forum Statisticum Slovacum* [online]. Roč. 7, č. 7, s. 47–52. [cit. 15. 4. 2017]. Dostupné z: <<http://www.ssds.sk/casopis/archiv/2011/fss0711.pdf>>.

HÜRLIMANN, W., 1994. A note on experience rating, reinsurance and premium principles. *Insurance: Mathematics and Economics*. Roč. 14, č. 3, s. 197–204. doi: 10.1016/0167-6687(94)90777-3.

MAPFRE [Fundación Mapfre], 2013. *An Introduction to Reinsurance* [online]. B. m.: Institute of Insurance Sciences. [cit. 15. 04. 2017]. Dostupné z: <<http://www.baskent.edu.tr/~erdemk/introduction%20to%20reinsurance.pdf>>.

MUNICH RE [Munich Reinsurance Company], 2015. *Reinsurance Pricing, Munich Re Seminars non-life* [materiály k seminářům]. Munich Re.

SCHMUTZ, M., DOERR, R., 1998. *The Pareto model in property reinsurance – Formulas and applications*. Zurich: Swiss Re.

STEINMANN, S., 2003. *System and method for reinsurance placement* [patentová přihláška]. Přihl. 10. 10. 2002. US 10/267,942. US20030083908 A1. 1. 5. 2003.

VIG RE, 2016. *Brunsborg Tool* [dokumentace k software]. VIG RE zajišťovna. Interní dokument.

Price of Non-proportional Reinsurance based on Experience Rating

Adéla Stollinová

Abstract:

Submitted article is aimed at topic of reinsurance. Currently, reinsurance is an essential part of insurance products business. Regarding to the fact that reinsurance could have different forms and each form has specific features, it is needed to concentrate on individual forms. The article has a goal to get closer and outline non-proportional type of reinsurance and analyze the pricing process in non-proportional reinsurance. Particular subject of analysis is determination of price of excess of loss reinsurance based on Experience Rating method using Burning Cost and Probabilistic Rating models. Thereafter, different calculation approaches are compared between each other and the article is analyzing difficulties arising out of mathematical methods, which are based on historical data and then statistically induced into the prediction of future development of the reinsurance cover.

Keywords: Non-proportional reinsurance; Burning cost; Experience rating.

JEL Classification: G22.