

Použití forwardových úrokových sazeb a forwardových měnových kurzů při oceňování měnově-úrokových OTC derivátů[#]

*Jaroslav Brada**

Pro potřeby znalecké praxe je nutno často určovat potenciální tržní cenu pohledávek a závazků plynoucích ze smluv, které zavazují smluvní straně k finančnímu plnění, jehož velikost závisí na faktorech, které bývají v těchto smlouvách poněkud nepřesně nazývány „úrokovými měrami“ či „měnovými kurzy“.

Moderní literatura zabývající se oceňováním úrokových a měnových derivátů je poměrně bohatá – počínaje modernějšími pracemi (Hull – White, 1990), kde lze nalézt bohatý seznam tehdejší literatury vztahující se oceňování měnových opcí, či Kaushik – Jarrow, 1991), až po například oceňování úrokových derivátů cap a floor, kterými se podrobně zabývají Ali – Dualeh, 2003) nebo (Gupta – Subrahmanyam, 2005), kde lze rovněž nalézt bohatý seznam literatury vztahující se k úrokovým derivátům. V případě reálných opcí, které také mohou souviset s úrokovými měrami či měnovými kurzy, pak lze připomenout práci (Damodaran, A., 2005).

V článku je proto popsán obecný postup, jakým lze oceňovat tzv. deriváty, jejichž potenciální tržní cena (hodnota) závisí na velikosti úrokových sazeb či obecněji velikosti výnosností do doby splatnosti dluhopisů a velikosti měnových kurzů. Oceňování je provedeno bez nutnosti používání binomického či Black-Scholesova modelu oceňování opcí. Článek volně navazuje na práci (viz Brada, 2012a), kde je popsán způsob, jakým lze přistupovat k oceňování dluhopisů svolatelných ze strany emitenta (callable bonds) a dluhopisů svolatelných ze strany majitele (puttable bonds) a na práci (viz Brada, 2012b), kde je popsán způsob oceňování úrokových swapů.

Za derivát bývá označován investiční nástroj, jehož tržní cena závisí na velikosti tzv. tržních faktorů, mezi které patří například velikost ceny akcií, velikost referenčních úrokových sazeb, velikost výnosností do doby splatnosti (yield to maturity) konkrétních dluhopisů, velikost akciových burzovních indexů, velikosti burzovních indexů volatility, velikost referenčních měnových kurzů, velikost cen komodit, průměrná velikost dešťových srážek, průměrná roční teplota apod. Povšimněme si, že velikost tržních faktorů můžeme velmi dobře měřit a velikost tržního faktoru můžeme vyjádřit číslem.

Z obecného hlediska lze za derivát považovat i akcii, na níž můžeme nahlížet jako na portfolio složené z opcí. Akcie je tedy portfolio opcí, které dávají svému majiteli právo podílet se na výnosu akciové společnosti, právo podílet se na likvidačním zůstatku akciové společnosti, právo podílet se na řízení akciové společnosti a v podmínkách ČR rovněž právo podílet se na navyšování základního kapitálu společnosti tak, aby nedošlo k naředění velikosti procentního majetkového zastoupení akcionáře na základním kapitálu. Ovšem cena akcie může záviset jak na shora zmíněných tržních faktorech, tak i na dalších obtížně kvantifikovatelných či obtížně identifikovatelných skutečnostech – například na způsobu, jakým jsou zachyceny a vykazovány

[#] Článek je zpracován jako jeden z výstupů výzkumného projektu Fakulty financí a účetnictví VŠE v Praze, který je realizován v rámci institucionální podpory VŠE IP100040.

^{*} Doc. Ing. Jaroslav Brada, PhD. – docent; Katedra měnové teorie a politiky, Fakulta financí a účetnictví Vysoká škola ekonomická v Praze, W. Churchilla 4, 130 67, Praha 3; <brada@vse.cz>.

hospodářské výsledky podniku v účetnictví, na dobrém jménu společnosti, na vztazích managementu a zaměstnanců, na kvalitní odbytové politice, na vztazích managementu společnosti s veřejností, na dobré pověsti top managementu mezi investorskou veřejností atd.

V článku se zaměříme na popis způsobu, jakým můžeme ve znalecké praxi přistupovat k ocenění derivátů, jejichž tržní cena závisí na velikosti tzv. tržních faktorů, kterými jsou budoucí měnové kurzy (jejichž velikost je v době ocenění neznámá) a jejichž tržní cena závisí na velikosti budoucích úrokových sazeb, budoucích výnosech do doby splatnosti dluhopisů či budoucích referenčních úrokových sazbách (jejichž velikost je v době ocenění neznámá). Při ocenění budou využívány poznatky o forwardových úrokových sazbách (výnosech do doby splatnosti) a o forwardových měnových kurzech.

Forwardové úrokové sazby (výnosnosti do doby splatnosti)

Na trhu dluhových nástrojů – dluhopisů a směnek vzniká cena dluhového instrumentu jako výsledek střetu nabídky a poptávky. Pro jednoduchost se v dalším textu budeme zmiňovat pouze o dluhopisech a nebudeme se zabývat daňovou problematikou a ani problematikou podstupovaných kreditních rizik. Cena dluhopisů určuje velikost výnosu do doby splatnosti (angl. yield to maturity, zkracováno jako *ymt*) pro investora do dluhopisu, tj. pro kupujícího dluhopisu. Z faktického hlediska není důležité, jakým způsobem je cena dluhopisu vyjádřena – zda procentem ze jmenovité hodnoty (angl. face value), zda velikostí výnosu do doby splatnosti pro kupujícího, nebo zda je dokonce cena vyjádřena peněžní částkou. Posledně zmiňovaná peněžní částka se při obchodech dluhopisy vyskytuje v zásadě pouze na konfirmacích uzavřených obchodů či v kupních smlouvách.

Na trzích proběhlé obchody dluhopisy byly uskutečněny s dluhopisy, které mají různou zbytkovou splatnost (angl. time to maturity) a jsou obecně obchodovány v různých měnách. Kupující, který dnes nakoupil dluhopis s „dlouhou“ zbytkovou splatností tím současně vyjádřil svoji představu velikosti výnosnosti do doby splatnosti z „krátkodobých dluhopisů“ v budoucnosti.

Názorně si uvedené tvrzení můžeme ukázat na příkladu, kdy investor se dne 1. 1. 2014 rozhoduje nakoupit do svého portfolia

- a) nakoupit za 1000 Kč dne 1. 1. 2014 diskontovaný *dluhopis A* se zbytkovou splatností 3 roky a se jmenovitou hodnotou 1311 Kč, tj. *ymt* pro kupujícího bude 10 % p. a. (za období 3 roky – od 1. 1. 2014 do 1. 1. 2017) – Tedy investor dosáhne ze své tříleté investice zisk ve výši 311 Kč. Nebo
- b) nakoupit za 1000 Kč dne 1. 1. 2014 diskontovaný *dluhopis B* se zbytkovou splatností 1 rok a se jmenovitou hodnotou 1050 Kč, tj. *ymt* pro kupujícího bude 5 % p. a. (za období trvající jeden rok – od 1. 1. 2014 do 1. 1. 2015). Investor přitom dne 1. 1. 2014 předpokládá, že bude moci 1. 1. 2015 investovat s *ymt* ve výši 5 % p. a.. Tj. investor věří (tj. předpokládá, očekává, plánuje), že v budoucnu – od 1. 1. 2015 si bude moci například za částku 1050 Kč nakoupit diskontovaný dluhopis se splatností 1. 1. 2017 a se jmenovitou hodnotou 1512 Kč, tj. kupující předpokládáná dne 1. 1. 2014 *ymt* ze svého investice ve výši 20 % p. a. po dobu trvání investice od 1. 1. 2015 do 1. 1. 2017) – Tedy investor dosáhne ze své tříleté investice zisk ve výši 512 Kč.

Ze shora uvedeného příkladu je zřejmé, že pro investora (kupujícího) bude ke dni 1. 1. 2014 nejvýhodnější volbou nakoupit diskontovaný *dluhopis B*, a to díky tomu, že investor má již dne 1. 1. 2014 svoji představu (své očekávání) o vývoji výnosnosti do doby splatnosti z diskontovaného dvouletého dluhopisu v období 1. 1. 2015 do 1. 1. 2017, tj. v budoucnosti. V případě prodávajícího to bude ke dni 1. 1. 2014 přesně naopak. Proávajícímu vzniká z prodeje *dluhopisu A* a *dluhopisu B* majetková újma ve formě ušlého zisku z tříleté investice (u *dluhopisu*

A ve výši 311 Kč a u dluhopisu B ve výši 512 Kč), tj. prodávající by kupujícímu za standardních podmínek dluhopis B dne 1. 1. 2014 vůbec neprodal.

Pokud budou mít kupující i prodávající stejný investiční horizont je zřejmé, že kupující bude ochoten koupit, pokud kupujícím předpokládaný ym z prodávajícího investičního instrumentu bude větší, nežli kupujícím předpokládaný výnos do doby splatnosti (ym) z alternativní investiční příležitosti dostupné kupujícímu – názorně například v situaci, kdy dluhopis bude z hlediska kupujícího „levný“. Analogicky bude prodávající ochoten prodat, pokud prodávajícím předpokládaný ym z prodávajícího investičního instrumentu bude menší, nežli prodávajícím předpokládaný výnos ym z prodávajícímu dostupných alternativních investičních příležitostí – názorně například v situaci, kdy cena prodávajícího dluhopisu bude „vysoká“, tj. kdy dluhopis bude z hlediska prodávajícího „drahý“.

Důsledkem a zobecněním shora uvedené úvahy je tzv. hypotéza očekávání, která vysvětluje, jak dnešní „dlouhodobé“ výnosy do doby splatnosti z investic (např. úrokové sazby u termínových bankovních vkladů) souvisejí s „krátkodobými“ výnosy do doby splatnosti v budoucnosti. Hypotéza očekávání je tvrzení, že pro stejný investiční horizont (např. 10 let) je míra výnosnosti na sebe bezprostředně navazujících „dlouhodobých“ investic je stejná jako míra výnosnosti na sebe bezprostředně navazujících „krátkodobých“ investic.

S využitím hypotézy očekávání můžeme predikovat velikost úrokových sazeb, které jsou dnes předpokládány na trhu ze strany investorů. Pro názornost předpokládejme, že úroková období je jeden rok. Případná zobecnění pro kratší časové intervaly není z důvodů rozsahu textu provedeno a je ponecháno na čtenáři.

Předpokládejme, že investiční horizont je N let a označme:

- $e_{a,b}$ – je (forwardový) výnos do doby splatnosti (např. forwardová úroková sazba z termínového bankovního vkladu), z investice činěné na začátku a -tého roku a končícího na konci b -tého roku. $a, b = 2, 3, 4, \dots, N$ a $a \leq b$.
- i_b – je (spotový) výnos do doby splatnosti (např. spotová úroková sazba z termínového bankovního vkladu), z investice činěné na začátku prvního roku a končícího na konci b -tého roku. Přesná velikost (spotového) výnosu do doby splatnosti je známá.

Na základě hypotézy očekávání mj. platí vztah $(1 + i_b)^b = (1 + i_{a-1})^{a-1} \times (1 + e_{a,b})^{b-a+1}$, kde $1 < a \leq b$. Uvedený vztah umožňuje podle potřeby odhadnout velikost forwardového výnosu do doby splatnosti $e_{a,b}$.

Samotné úrokové sazby a jejich kolísání jsou determinovány řadou makroekonomických skutečností – především chováním centrálních bank - které jsou popsány v práci (Brůna, 2013)

Forwardové měnové kurzy

Abychom si objasnili ekonomickou podstatu forwardového měnového kurzu z hlediska jeho ekonomického obsahu, který je významný pro potřeby oceňovací praxe, ukažme si způsob, jakým lze odvodit forwardový měnový kurz v případě oceňování diskontovaného dluhopisu (zero bondu), který nevyplácí kupónové platby a vrací pouze jmenovitou hodnotu (face value) dluhopisu v jiné měně, nežli je měna, ve které provádíme oceňování tohoto dluhopisu. Pro názornost předpokládejme, že diskontovaný dluhopis je oceňován v CZK a kupónové platby nese v USD.

Připomeňme si nejprve standardní vzorec, který je používán při oceňování diskontovaných dluhopisů nesoucích tok plateb v USD s dobou splatnosti N let:

$$NPV_{USD} = \frac{S_{USD,N}}{(1 + r_{USD,N})^N}, \quad (1)$$

- kde NPV_{USD} = nejmenší peněžní částka v USD, za kterou je prodávající (resp. emitent) dluhopisu ochoten diskontovaný dluhopis prodat a současně nejvyšší částka, za kterou je kupující ochoten diskontovaný dluhopis koupit,
- $S_{USD,N}$ = platba v USD z diskontovaného dluhopisu, který dostává majitel dluhopisu ke konci N -tého roku,
- $r_{USD,N}$ = požadovaná míra výnosnosti z investice v USD s časovým horizontem N let, která je z teoretického hlediska stejná pro kupujícího i prodávajícího.

Je zřejmé, že k určení nejmenší peněžní částky v CZK (NPV_{CZK}), za kterou je prodávající (resp. emitent) diskontovaného dluhopisu dluhopis ochoten prodat, lze přistupovat dvěma základními přístupy, kdy ke dni ocenění diskontovaného dluhopisu majitel (prodávající a ostatně i kupující) řeší ekonomickou úlohu typu, tj. hledá odpovědi na jednu z těchto dvou otázek:

1. „Jak velkou částku v CZK (Tuto částku označme NPV_{CZK} .) musím ke dni ocenění vyměnit na USD, které zhodnocuji formou investice v USD, který mi na konci N -tého roku ode dne ocenění vyplatí částku ve výši $S_{USD,N}$?“
2. „Jak velkou částku v CZK (NPV_{CZK}) musím ke dni ocenění investovat v CZK, abych investované prostředky mohl zhodnocovat v CZK a na konci N -tého roku ode dne ocenění jsem dostal vyplacenu částku v CZK ve výši $S_{CZK,N}$, kterou mohu v den na konci N -tého roku vyměnit za aktuální měnový kurz FK_N (CZK/1USD) na částku v USD ve výši $S_{USD,N}$?“

Zřejmou odpovědí na obě shora položené otázky je dvojice vzorců, kde otázku první odpovídá vzorec (2a) a otázku druhou vzorec (2b):

$$NPV_{CZK} = SK \cdot \frac{S_{USD,N}}{(1 + r_{USD,N})^N} \quad \text{a} \quad (2a)$$

$$NPV_{CZK} = SK \cdot \frac{S_{USD,N} \cdot FK_N}{(1 + r_{CZK,N})^N}, \quad (2b)$$

- kde NPV_{CZK} = nejmenší peněžní částka v CZK, za kterou je prodávající (resp. emitent) dluhopisu ochoten diskontovaný dluhopis prodat a současně nejvyšší částka, za kterou je kupující ochoten diskontovaný dluhopis koupit,
- $S_{USD,N}$ = platba v USD z diskontovaného dluhopisu, který dostává majitel dluhopisu ke konci N -tého roku,
- $r_{USD,N}$ = požadovaná míra výnosnosti z investice učiněné v USD s časovým horizontem N let, která je z teoretického hlediska stejná pro kupujícího i prodávajícího,
- $r_{CZK,N}$ = požadovaná míra výnosnosti z investice učiněné v CZK s časovým horizontem N let, která je z teoretického hlediska stejná pro kupujícího i prodávajícího,
- SK = spotový měnový kurz ke dni výpočtu NPV_{CZK} . Fyzikální rozměr je [CZK/1 USD],
- FK_N = forwardového měnový kurz ke dni výpočtu NPV_{CZK} . Fyzikální rozměr je [CZK/1 USD].

Je zřejmé, že důležitými faktory oceňovacích vzorců jsou velikosti parametrů typu požadovaná míra výnosnosti z investice učiněné v CZK ($r_{CZK,N}$) a požadovaná míra výnosnosti z investice učiněné v USD ($r_{USD,N}$), přičemž obě investice mají stejný investiční horizont N let.

Svojí ekonomickou podstatou jde o standardní požadovanou míru výnosnosti z investice v CZK, tj. z hlediska kupujícího i prodávajícího jde o standardní míru výnosnosti alternativní investiční příležitosti v CZK (tj. výnosnost do doby splatnosti alternativní investiční příležitosti), která je kupujícímu či prodávajícímu dostupná s časovým horizontem N let, tj. s jednou platbou učiněnou na konci N -tého roku ode dne výpočtu NPV_{CZK}). Naprosto analogicky je tomu v případě požadované míry výnosnosti z investice činěné v USD.

Z formulace dříve položených otázek je zřejmé, že otázku 2: „Jak velkou částku v CZK (NPV_{CZK}) musím ke dni ocenění investovat v CZK, abych investované prostředky mohl zhodnocovat v CZK a na konci N -tého roku ode dne ocenění jsem dostal vyplacenu částku v CZK ve výši $S_{CZK,N}$, kterou mohu v den na konci N -tého roku vyměnit za aktuální měnový kurz FK_N (CZK/1USD) na částku v USD ve výši $S_{USD,N}$?“ neumíme zodpovědět. Vadí především to, že neznáme velikost forwardového měnového kurzu FK_N .

Vydeme-li však z toho, že oba způsoby výpočtu musejí poskytnout identické výsledky, dojdeme položením rovnosti mezi NPV_{CZK} spočtenou pomocí vzorce (2a) a pomocí vzorce (2b)

ke vztahu $SK \cdot \frac{S_{USD,N}}{(1+r_{USD,N})^N} = \frac{S_{USD,N} \cdot FK_N}{(1+r_{CZK,N})^N}$, který po dopočtu vede ke vzorci (3):

$$FK_N = SK \cdot \frac{(1+r_{CZK,N})^N}{(1+r_{USD,N})^N}, \quad (3)$$

kde význam symbolů je stejný jako ve vzorcích (2a) a (2b).

Metodologie oceňování úrokových a měnových derivátů

Z hlediska oceňovací praxe mají forwardový měnový kurz (FK_N) a forwardové výnosy do doby splatnosti užitečnou ekonomickou interpretaci. Forwardový měnový kurz je dnešní představou finančních trhů o velikosti spotových měnových kurzů v budoucnu a právě tak je forwardový výnos do doby splatnosti (např. v podobě forwardové úrokové sazby u termínových vkladů) dnešní představou finančního trhu o velikosti výnosů do doby splatnosti k určitému datu v budoucnu.

Pro jistotu připomeňme, že forwardové měnové kurzy a forwardové výnosy do doby splatnosti nevypovídají o tom, jaká bude budoucnost, ale jakou budoucnost ekonomické subjekty dnes očekávají (předpokládají). Přitom toto očekávání je založeno na obchodech, které ekonomické subjekty provádějí a nejde tedy o vyjádření různých představ, kvalifikovaných názorů, výsledků studií a podobně, ale na představě o budoucnosti, která je vyjádřena tokem peněžních prostředků, tj. „názor na budoucnost je vytvářen peněženkami kupujících a prodávajících“.

Oceňování úrokových a měnových derivátů či oceňování kombinace obojího tzv. úrokově-měnových derivátů bývá v podmínkách znalecké praxe v ČR obvyklé provádět především u OTC derivátů, tj. u derivátů, u kterých neexistuje cena vytvářená na základě anonymního veřejného střetu nabídky a poptávky. Tyto deriváty nejsou tedy veřejně obchodovány a jsou součástí smluv, které jsou uzavírány na individuální bázi typicky mezi obchodní společností a bankou. Hlavním důvodem oceňování bývá zjištění potenciální tržní ceny pro potřeby případného zahrnutí účetnictví.

Na trhu jsou v okamžiku ocenění dostupné informace o spotových měnových kurzech a současných výnosech do doby splatnosti z různých investičních příležitostí – např. termínové vklady s různými úrokovými sazbami, výnosnosti ze státních dluhopisů s různou dobou splatnosti atd. Na trhu tedy jsou dnes dostupné informace o očekáváních ekonomických

subjektů ohledně budoucnosti, tj. budoucího vývoje úrokových výnosů do doby splatnosti a budoucích měnových kurzů. Tedy na základě zmíněných informací jsou k dispozici pro libovolný budoucí okamžik (typicky jde o den) informace o tom, jakou velikost spotových měnových kurzů a velikost výnosů do doby splatnosti ekonomické subjekty v daném budoucím okamžiku očekávají (předpokládají).

Dále uvedený přehled vybraných standardních i exotických OTC derivátů a mechanismus jejich fungování a způsob ocenění však respektuje fakt, že článek se zabývá přístupem k oceňování derivátů, jejichž tržní ceny závisejí na tržních faktorech, kterými jsou dnes trhem předpokládané budoucí spotové měnové kurzy a dnes trhem předpokládané budoucí úrokové sazby referenčních produktů, výnosy do doby splatnosti dluhopisů, či referenční úrokové sazby LIBOR či EURIBOR. Proto jsou uvedeny oceňovací postupy pro takové druhy kontraktů, jejichž způsob ocenění pomůže čtenáři oceňovat i neuvedené druhy derivátů či exotických derivátů.

Připomeňme, že spojením „exotický“ či „asijský“ se ve světě derivátů mají na mysli nestandardní deriváty – typicky opce, které nejsou obchodovány na veřejných anonymních kapitálových trzích (burzách) a které jsou svojí povahou odlišné od standardních call či put opcí. Samotný výraz „exotický“ či „asijský“ bývá spojován s tím, že řada druhů nestandardních derivátů pochází z Japonska či byla sestavena japonskými investičními bankami. Pro úplnost připomeňme, že na kapitálových trzích se čeština nepoužívá a tedy že autorem provedené překlady názvů opcí jsou provedeny pouze pro zpřehlednění textu. Rovněž připomeňme, že dále uvedené typy opcí (derivátů) mohou být použity i pro ceny akcií, velikosti burzovních indexů apod.

Připomeňme, že exotické deriváty jsou obchodovány formou OTC a neexistuje pro ně dosud zcela ustálená terminologie. Navíc prospekty emitentů těchto derivátů nebývají v mnoha případech veřejně dostupné či jde dokonce pouze o deriváty individuálně dohodnuté mezi smluvními stranami. Z uvedeného je zřejmé, obecně neexistují jednoznačné specifikace typu či fungování konkrétních exotických derivátů. Proto se autor této práce zaměří pouze na některé typy derivátů, které lze považovat za archetypy, jejichž ocenění pomáhá při ocenění dalších typů derivátů.

V dále uváděných vzorcích a oceňovacích postupech předpokládáme, že pracujeme s úrokovacím obdobím, které je tvořeno diskrétními časovými jednotkami – dny. Ocenění derivátu je prováděno k časovému okamžiku 0 („nula“), tj. dolní index „nula“ označuje v dále použitých parametrech a proměnných den, ke kterému je prováděno ocenění. Uvedené diskrétní plynutí času je ostatně OTC derivátů obvyklé – ceny pokladových aktiv bývají typicky stanovovány jednou denně pro účely stanovení velikosti a času plnění. Z důvodů názornosti si může čtenář představit jedno úrokovací období jako jeden kalendářní rok, ale připomeňme, že u OTC derivátů bývá obvyklé, že počet dní v jednom roce přibližně odpovídá počtu pracovních dní v bankovním sektoru.

Nejprve si uveďme přehled značení, který bude používáno v dále uváděných vzorcích pro ocenění derivátů:

- fe_t – je forwardový měnový kurz, který je dnes, tj. v časovém okamžiku 0, odhadován pro t -tý den. Pro zjednodušení značení použitého ve vzorcích budeme vždy předpokládat, že jde o měnový kurz ve tvaru x CZK/1 USD.
- se_t – je referenční spotový měnový kurz t -tý den. Způsob stanovení či získání tohoto referenčního spotového měnového kurzu je součástí specifikace OTC derivátu. Měnový kurz ve tvaru x CZK/1 USD.

- $f_{y_{a,t}}$ – je forwardový výnos do doby splatnosti (forwardová úroková sazba), který je dnes, tj. v časovém okamžiku 0 , odhadován pro časový interval začínající a -tý den a končící t -tý den.
- $s_{y_{a,t}}$ – je referenční (spotový) výnos do doby splatnosti (referenční – spotová – úroková sazba), který je stanovován v časovém okamžiku a -tý den a končící t -tý den. Způsob stanovení či získání tohoto referenčního (spotového) výnosu do doby splatnosti (referenční forwardové úrokové sazby) je opět součástí specifikace OTC derivátu.
- $D_{0,t}$ – je diskontní faktor pro časové období $\langle 0, t \rangle$. Pro jednoduchost může být $D_{0,t}$ počítán například pomocí vztahu $D_{0,t} = (1 + r)^{\frac{t}{prac.dni}}$, kde r požadovaná míra výnosnosti požadovaná kupujícím derivátu (long pozicí) či požadovaná prodávajícím derivátu (short pozicí) pro časové období $\langle 0, t \rangle$ a $prac.dni$ je počet pracovních dní v časovém období $\langle 0, t \rangle$. Nicméně uvedený vzorec lze modifikovat podle konkrétních podmínek při oceňování konkrétních derivátů.

Poznámka: $f_{y_{0,t}}$ je y_{tm} z investice, která je dělána v současnosti, tj. k počátku ocenění a má investiční horizont t -dní. Tedy jde o výnos do doby splatnosti současné na trhu existující či uskutečnitelné investice, tj. jde o f_{e_t} .

European Call Option (česky: kupní opce evropského typu) – Jedná se kupní opci, jejíž strike price je založena na referenčním spotovém měnovém kurzu či na referenčním spotovém výnosu do doby splatnosti (referenční úrokové sazbě), přičemž kupující může tuto opci uplatnit, tj. koupit podkladové aktivum za strike price, výhradně v jeden den (exercise day).

Specifikace opce pro účely ocenění: Kupující *European Call Option* má právo t -tý den koupit v CZK podkladové aktivum částku 100 000 USD v OTC kontraktu dohodnutém měnovém kurzu *StrikeER*. Uplynutím t -tého dne toto právo kupujícího zaniká.

Oceňovací vzorec je

$$NPV_{ECO} = \frac{\text{Max}\{0, 100000 \text{ USD} \cdot (f_{e_t} - \text{StrikeER})\}}{D_{0,t}}, \quad (4)$$

kde NPV_{ECO} = nejvyšší peněžní částka (tzv. nejvyšší opční prémie) v CZK, za kterou je kupující ochoten koupit právo v budoucnosti koupit podkladové aktivum tj. částku 100 000 USD za cenu (strike price) *StrikeER*.

Z ekonomického hlediska představuje velikost NPV_{ECO} částku, která je čistou současnou hodnotou částky, o kterou je call opce podle současného názoru finančních trhů „v penězích“ (in the money). Fakticky tedy jde o nejvyšší částku opční prémie, kterou je ochoten zaplatit kupující opce za předpokladu, že kupující má stejná očekávání ohledně forwardového měnového kurzu jako má příslušný trh, ze kterého se v budoucnu ustaví příslušný referenční spotový měnový kurz *StrikeER*, tedy současně jde o trh, ze kterého oceňovatel odhaduje forwardový měnový kurz f_{e_t} .

European Put Option (česky: prodejní opce evropského typu) – Jedná se opci, jejíž strike price je založena na referenčním spotovém měnovém kurzu či na referenčním spotovém výnosu do doby splatnosti (referenční úrokové sazbě), přičemž kupující může tuto opci uplatnit, tj. koupit podkladové aktivum za strike price, výhradně v jeden den (exercise day).

Specifikace opce pro účely ocenění: Kupující *European Put Option* má právo t -tý den prodat v CZK podkladové aktivum částku 100 000 USD v OTC kontraktu dohodnutém měnovém kurzu *StrikeER*. Uplynutím t -tého dne toto právo kupujícího zaniká.

Oceňovací vzorec je

$$NPV_{EPO} = \frac{\max\{0, 100\,000 \text{ USD} \cdot (\text{StrikeER} - f_{e_t})\}}{D_{0,t}}, \quad (5)$$

kde NPV_{EPO} = nejvyšší peněžní částka (tzv. nejvyšší opční prémie) v CZK, za kterou je kupující ochoten koupit právo v budoucnosti prodat podkladové aktivum tj. částku 100 000 USD za cenu (strike price) StrikeER .

Z ekonomického hlediska představuje velikost NPV_{EPO} částku, která je čistou současnou hodnotou částky o kterou je evropská put opce podle současného názoru finančních trhů „v penězích“ (in the money). Fakticky tedy jde opět o nejvyšší částku opční prémie, kterou je ochoten zaplatit kupující opce.

US Call Option (česky: kupní opce amerického typu) – Jedná se opci, jejíž strike price je založena na referenčním spotovém měnovém kurzu či na referenčním spotovém výnosu do doby splatnosti (referenční úrokové sazbě), přičemž kupující může tuto opci uplatnit, tj. nakoupit podkladové aktivum za strike price, kdykoliv od data vydání opce, nejpozději však v tzv. exercise day.

Specifikace opce pro účely ocenění: Kupující *US Call Option* má právo kdykoli před t -tým a včetně t -tého dne koupit v CZK podkladové aktivum částku 100 000 USD v OTC kontraktu dohodnutém měnovém kurzu StrikeER . Uplynutím t -tého dne toto právo kupujícího zaniká.

Oceňovací vzorec je

$$NPV_{UCO} = \max_{k=1,2,3,\dots,t} \left\{ 0, 100\,000 \text{ USD} \cdot \left(\frac{f_{ek} - \text{StrikeER}}{D_{0,k}} \right) \right\}, \quad (6)$$

kde NPV_{UCO} = nejvyšší peněžní částka (tzv. nejvyšší opční prémie) v CZK, za kterou je kupující ochoten koupit právo v budoucnosti koupit podkladové aktivum tj. částku 100 000 USD za cenu (strike price) StrikeER .

Pokud potřebujeme odhadnout den (či dny) předpokládané realizace opce můžeme postupovat následujícím způsobem. Velikost NPV_{UCO} je dopočtena ve vzorci (6) a symbolem

k označíme množinu indexů, kde $k = \left\{ j \in \{1, 2, \dots, t\} \mid \left| \frac{f_{ej} - \text{StrikeER}}{D_{0,j}} \right| = NPV_{UCO} \right\}$. I když existuje

možnost, že při výpočtu vyjde více možných dní předpokládané realizace opce, jde z hlediska oceňovací praxe spíše o možnost teoretickou. Výsledek $k = \emptyset$ označuje stav, kdy je americká kupní opce mimo peníze.

Z ekonomického hlediska představuje velikost NPV_{UCO} částku, která je analogicky shora uvedeným případům čistou současnou hodnotou částky o kterou je americká call opce podle současného názoru finančních trhů „v penězích“ (in the money). Fakticky tedy jde opět o nejvyšší částku opční prémie, kterou je ochoten zaplatit kupující opce.

US Put Option (česky: prodejní opce amerického typu) – Jedná se opci, jejíž strike price je založena na referenčním spotovém měnovém kurzu či na referenčním spotovém výnosu do doby splatnosti (referenční úrokové sazbě), přičemž kupující může tuto opci uplatnit, tj. prodat podkladové aktivum za strike price, kdykoliv od data vydání opce, nejpozději však v tzv. exercise day.

Specifikace opce pro účely ocenění: Kupující *US Put Option* má právo kdykoli před t -tým a včetně t -tého dne prodat v CZK podkladové aktivum částku 100 000 USD v OTC kontraktu dohodnutém měnovém kurzu *StrikeER*. Uplynutím t -tého dne toto právo kupujícího zaniká.

Oceňovací vzorec je

$$NPV_{UCO} = \max_{k=1,2,3,\dots,t} \left\{ 0, 100\,000 \text{ USD} \cdot \left(\frac{\text{StrikeER} - f_{ek}}{D_{0,k}} \right) \right\}, \quad (7)$$

kde NPV_{UCO} = nejvyšší peněžní částka (tzv. nejvyšší opční prémie) v CZK, za kterou je kupující ochoten koupit právo v budoucnosti prodat podkladové aktivum tj. částku 100 000 USD za cenu (strike price) *StrikeER*.

Pokud potřebujeme odhadnout den (či dny) předpokládané realizace opce můžeme opět postupovat shora uvedeným způsobem. Velikost NPV_{UCO} je dopočtena ve vzorci (7) a symbolem

k označíme množinu indexů, kde $k = \left\{ j \in \{1,2,\dots,t\} \mid \left| \frac{\text{StrikeER} - f_{ej}}{D_{0,j}} \right| = NPV_{UCO} \right\}$. Výsledek

$k = \emptyset$ označuje opět stav, kdy je americká prodejní opce mimo peníze.

Z ekonomického hlediska představuje velikost NPV_{UCO} částku, která je analogicky shora uvedeným případům čistou současnou hodnotou částky o kterou je americká put opce podle současného názoru finančních trhů „v penězích“ (in the money). Fakticky tedy jde opět o nejvyšší částku opční prémie, kterou je ochoten zaplatit kupující americké prodejní opce.

Average strike option (česky: Opce na průměr „dohodnutých cen“) – Jedná se opci, jejíž strike price je založena na průměru fixingů referenčních spotových úrokových či měnových kurzů ve zvoleném období v budoucnu.

Specifikace opce pro účely ocenění: Kupující *Average Strike Option* má právo t -tého dne dostat částku v CZK, přičemž podkladové aktivum opce je částka 200 000 CZK krát *StrikeYTM*, přičemž *StrikeYTM* je aritmetickým průměrem spotových referenčních úrokových sazeb ($sy_{a,t}$) tvořených 6M PRIBORY zmenšeného o 0,3 p. b. (procentního bodu) v budoucím období počínaje a -tého dne včetně až do t -tého dne včetně, tj. v období $\langle a, t \rangle$.

Oceňovací vzorec je

$$NPV_{ACO} = \max \left\{ 0, 200\,000 \text{ CZK} \cdot \left[\frac{\frac{1}{6M} \left(\sum_{k=a+1,\dots,t} f_{y_{k,k+6M}} \right) - 0,3}{D_{0,t}} \right] \right\} \quad (8)$$

kde NPV_{ACO} = nejvyšší peněžní částka (tzv. nejvyšší opční prémie) v CZK, za kterou je kupující ochoten koupit právo v budoucnosti t -tý den dostat tok plateb ve výši 200 000 CZK krát průměr budoucích spotových referenčních úrokových sazeb 6M PRIBOR zmenšeného o 0,3 p. b.,

$6M$ = počet dní, kdy je v období $\langle a, t \rangle$ kótovaná velikost 6M PRIBOR.

Velikost NPV_{ACO} představuje částku, která je analogicky shora uvedeným případům čistou současnou hodnotou částky o kterou je shora uvedené opce současného názoru finančních trhů „v penězích“ (in the money).

Interest Rate Cap (česky: Úrokový cap) – Jde o opci, jejíž majitel (kupující) si zajišťuje typicky maximální placenou úrokovou sazbu (ev. maximální výnos do doby splatnosti) ve výši

„realizační úroková sazba“ (tj. jde o strike price). Typickou situací je, že si příjemce úvěru zajišťuje, že z poskytnutého úvěru bude platit úrokovou sazbu v maximální výši stanovené jako „realizační úroková sazba“ ze „smluvené peněžní částky“. Tj. kupující úrokového capu dostává z objemu dohodnutého podkladového aktiva částku ve výši „smluvená peněžní částka“ krát rozdíl („referenční úroková sazba“ – „realizační úroková sazba“). Jestliže v den splatnosti opce převyší „referenční úroková sazba“ (např. 1M PRIBOR) „realizační úrokovou sazbu“ kupující úrokového capu má právo obdržet prodávajícího úrokového capu částku ve výši „peněžní částka“ krát rozdíl („referenční úroková sazba“ – „realizační úroková sazba“). Kupující úrokového capu (či série úrokových capů) si koupí úrokového capu typicky zajišťuje maximální velikost úroků placených z čerpaných úvěrů. *Upozornění:* Existuje i odlišné pojetí úrokového capu, kde za úrokový cap je považována řada (zřetězení) několika shora uvedených úrokových capů.

Specifikace úrokového capu pro účely ocenění: Kupující *Interest Rate Cap* má právo t -tého dne dostat částku v CZK, přičemž podkladové aktivum opce je částka 300 000 CZK krát ($StrikeYTM - 9M PRIBOR$), přičemž $StrikeYTM$ je smluvně dohodnutou „realizační úrokovou sazbou“ a „9M PRIBOR“ je smluvně dohodnutou „realizační úrokovou sazbou“.

Oceňovací vzorec je

$$NPV_{IRC} = \max \left\{ 0, 300\,000 \text{ CZK} \cdot \left[\frac{f_{y_{t,t+9M}} - 9M PRIBOR}{D_{0,t}} \right] \right\}, \quad (9)$$

kde NPV_{IRC} = nejvyšší peněžní částka (tzv. nejvyšší opční prémie) v CZK, za kterou je kupující ochoten koupit právo v budoucnosti t -tý den dostat tok plateb ve výši 300 000 CZK („realizační úroková sazba“ – „referenční úroková sazba“),

$f_{y_{t,t+9M}}$ = forwardová referenční úroková sazba, tj. dnes odhadovaná velikost 9M PRIBORU k t -tému dni.

Velikost NPV_{IRC} je částka, která je analogicky shora uvedeným případům čistou současnou hodnotou částky o kterou je shora uvedené opce současného názoru finančních trhů „v penězích“ (in the money), tj. NPV_{IRC} je částkou, kterou je nejvýše ochoten zaplatit kupující capu, tj. nejvyšší opční premií za úrokový cap.

Rovněž je zřejmé, že pokud zřetězíme několika shora uvedených úrokových capů je NPV takto zřetězených capů součtem jednotlivých dílčích složek „ NPV_{IRC} “.

Interest Rate Floor (česky: Úrokový floor) – Jde o opci, jejíž majitel (kupující) si zajišťuje typicky minimální úrokovou sazbu (ev. minimální výnos do doby splatnosti) ve výši „realizační úroková sazba“. Tj. kupující úrokového flooru se zajišťuje proti poklesu úrokových sazeb. Typickou situací je, když poskytovatel úvěru úročeného pohyblivou úrokovou sazbou si zajišťuje nákupem úrokového flooru, že dostane z poskytnutých peněžních prostředků úrokovou sazbu ve výši alespoň „realizační úroková sazba“. Jestliže v den splatnosti úrokového flooru je „referenční úroková sazba“ (např. 1M PRIBOR) je vyšší, nežli „realizační cena“ (tj. úroková sazba) „referenční úrokovou sazbu“ kupující úrokového capu má právo obdržet prodávajícího úrokového capu částku ve výši „peněžní částka“ krát rozdíl („referenční úroková sazba“ – „realizační úroková sazba“). Kupující úrokového capu (či série úrokových capů) si koupí úrokového capu typicky zajišťuje maximální velikost úroků placených z kupujícím čerpaných úvěrů úročených pohyblivou úrokovou sazbou. *Upozornění:* Existuje i odlišné pojetí úrokového floorů, kde za úrokový cap je považována řada (zřetězení) několika shora uvedených úrokových floorů.

Specifikace úrokového capu pro účely ocenění: Kupující *Interest Rate Floor* má právo t -tého dne dostat částku v CZK, přičemž podkladové aktivum opce je částka 300 000 CZK krát ($9M\text{ PRIBOR} - \text{StrikeYTM}$), přičemž StrikeYTM je smluvně dohodnutou „realizační úrokovou sazbou“ a „ $9M\text{ PRIBOR}$ “ je smluvně dohodnutou „realizační úrokovou sazbou“.

Oceňovací vzorec je

$$NPV_{IRF} = \max \left\{ 0, 300\,000 \text{ CZK} \cdot \left[\frac{9M\text{PRIBOR} - f_{y,t,t+9M}}{D_{0,t}} \right] \right\}, \quad (10)$$

kde NPV_{IRF} = nejvyšší peněžní částka (tzv. nejvyšší opční prémie) v CZK, za kterou je kupující ochoten koupit právo v budoucnosti t -tý den dostat tok plateb ve výši 300 000 CZK („referenční úroková sazba“ – „realizační úroková sazba“),

$f_{y,t,t+9M}$ = forwardová referenční úroková sazba, tj. dnes odhadovaná velikost $9M\text{ PRIBORU}$ k t -tému dni.

Velikost NPV_{IRF} je částka, která je analogicky shora uvedeným případům čistou současnou hodnotou částky o kterou je shora uvedené opce současného názoru finančních trhů „v penězích“ (in the money), tj. NPV_{IRF} je částkou, kterou je nejvýše ochoten zaplatit kupující capu, tj. nejvyšší opční premií za úrokový floor.

Rovněž je zřejmé, že pokud zřetězíme několika shora uvedených úrokových floor je NPV takto zřetěžených floor součtem jednotlivých dílčích složek „ NPV_{IRF} “.

Úrokové forwardy a měnové forwardy. Zde pouze zmíníme metodologii, jakou lze k ocenění těchto kontraktů přistupovat. Základem ocenění je zjištění představy v okamžiku ocenění (typicky jde o „dnešek“) o výši budoucích spotových výnosech do doby splatnosti (budoucích referenčních úrokových sazbách) u úrokových forwardů. Dnešní představu o budoucích spotových výnosech do doby splatnosti (budoucích referenčních úrokových sazbách) poskytují forwardové výnosy do doby splatnosti z alternativních investic či z investic do investičních nástrojů, které umožní „budoucí“ spotové výnosy do doby splatnosti či budoucí referenční úrokové sazby odhadnou. U oceňování měnových forwardů je základem ocenění zjištění představy v okamžiku ocenění o budoucích spotových měnových kurzech. Dnešní nejlepší představou o budoucích spotových měnových kurzech jsou forwardové měnové kurzy.

Dalším krokem je zjištění toků plateb (přítoků i odtoků), které jsou s uzavřením úrokových, měnových či úrokově-měnových forwardů spojeny – tyto toky typicky v oceňovacích vzorcích závisejí na forwardových výnosnostech do doby splatnosti referenčních ve smlouvě stanovených aktiv a forwardových měnových kurzech. Následuje oddiskontování toků plateb ke dni ocenění, tj. stanovení čisté současné hodnoty NPV budoucích toků (přítoků i odtoků) plateb pro každou ze smluvních stran forwardu.

Klasická „definice“ tvrdí, že „futures jsou na burzách obchodované vysoce standardizované forwardy“. Proto tedy uvedená metodologie pro oceňování úrokových a měnových forwardů je totožná s metodologií pro oceňování úrokových futures a měnových futures.

Závěr

Znalecká praxe vyžaduje často oceňování potenciálních či vzniklých pohledávek a závazků, jejichž velikost závisí na úrokových sazbách (referenčních úrokových sazbách) či referenčních měnových kurzech. V článku je popsán postup, jakým lze oceňovat podmíněné toky plateb mající charakter úrokových či měnových OTC opcí. Čtenáři jsou přiblíženy postupy pro odhad forwardových úrokových sazeb a forwardových měnových kurzů a je ukázáno, jakým

způsobem lze odhadnuté forwardové úrokové sazby a forwardové měnové kurzy použít při ocenění OTC opcí – evropských a amerických měnových call a put opcí, asijské (průměrné) měnové opce a úrokového cap a floor. Je ukázán způsob, jakým lze přistupovat k ocenění třídy tzv. úrokových a měnových forwardů a úrokových a měnových futures. V práci uvedené postupy nevyžadují používání binomického ani Black-Scholesova modelu oceňování opcí, což velmi usnadňuje používání v článku uvedených oceňovacích postupech.

Literatura:

- [1] Ali, A. M. – Dualeh, B. D. (2003): *Interest Rate Derivatives: An Introduction to the Pricing of Caps and Floors*, [online], East Horsley, YieldCurve.com, c2003, [cit.: 29. 10. 2013], <http://www.yieldcurve.com/Mktresearch/files/AliDualeh_IRPricingMar03final.pdf>.
- [2] Brada, J. (2012a): *Oceňování svolatelných dluhopisů a dluhopisů s vnořenými call a put opcemi na toky plateb*. Český finanční a účetní časopis, 2012, roč. 7, č. 3, s. 52-60.
- [3] Brada, J. (2012b): *Oceňování úrokových swapů pro účetní a daňové účely*. Český finanční a účetní časopis, 2012, roč. 7, č. 1, s. 104-120.
- [4] Brůna, K. (2013): *Sources of Interest Rates Variability in Dealer's Model of Optimal Interest Margin*. Proceedings of 8th Annual London Business Research Conference Imperial College, London, UK, 8 - 9 July, 2013, ISBN: 978-1-922069-28-3.
- [5] Damodaran, A. (2005): *The Promise and Peril of Real Options*. [online], New York, Social Science Research Network, c2005, [cit.: 29. 10. 2013] <http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1295849>.
- [6] Gupta, A. – Subrahmanyam, M. G. (2005): *Pricing and Hedging Interest Rate Options: Evidence from Cap-Floor Markets*. Journal of Banking & Finance, 2005, roč. 29, č. 3, s. 701-733.
- [7] Hull, J. – White, A. (1990): *Pricing Interest-Rate-Derivative Securities*. Review of Financial Studies, 1990, roč. 3, č. 4, s. 573-392.
- [8] Kaushik, I. A. – Jarrow, R. A. (1991): *Pricing Foreign Currency Options under Stochastic Interest Rates*. Journal of International Money and Finance, 1991, roč. 10, č. 3, s. 310-329.

Použití forwardových úrokových sazeb a forwardových měnových kurzů při oceňování měnově-úrokových OTC derivátů

Jaroslav Brada

ABSTRAKT

V článku jsou popsány postupy, jakými lze oceňovat potenciální či vzniklé pohledávky a závazky, jejichž velikost závisí na úrokových sazbách (referenčních úrokových sazbách – např. 1M USD LIBOR) či referenčních měnových kurzech. V článku je popsán postup, jakým lze oceňovat podmíněné toky plateb mající charakter úrokových či měnových OTC opcí. Čtenáři jsou přiblíženy postupy pro odhad forwardových úrokových sazeb a forwardových měnových kurzů a je ukázáno, jakým způsobem lze odhadnuté forwardové úrokové sazby a forwardové měnové kurzy použít při ocenění OTC opcí – evropských a amerických měnových call a put opcí, asijské (průměrné) úrokové opce a úrokového cap a floor. Dále je ukázán způsob, jakým lze přistupovat k ocenění třídy tzv. úrokových a měnových forwardů a úrokových a měnových futures. V práci uvedené postupy nevyžadují používání binomického ani Black-Scholesova modelu oceňování opcí, což velmi usnadňuje používání v článku uvedených oceňovacích postupů.

Klíčová slova: Oceňování úrokových opcí; Oceňování měnových opcí; Exotické opce; OTC deriváty; Forwardové měnové kurzy.

Use of Forward Interest Rates and Forward Exchange Rates for the Valuation of Currency-Interest Rate Derivatives

ABSTRACT

The article describes the procedures by which you can appreciate the potential receivables and payables, whose size depends on interest rates (reference interest rates e.g. 1M USD LIBOR) or reference exchange rates. The article describes the procedure, which enables to estimate price of conditional flows of payments having the character of OTC currency options or interest rate options. The reader is shown procedures for estimating the forward interest rates and forward exchange rates and it is shown how to estimate the forward rate and forward exchange rates used in the valuation of OTC options – European and American (US) currency call and put options, Asian (average) interest rate option, and interest rate option – cap and floor. It is shown how one can make the measurement of a class of so-called interest rate forwards and currency forwards and interest rate futures and currency futures. The mentioned valuation model does not require the use of a binomial or Black-Scholes option pricing model, which greatly simplifies the use of the mentioned valuation procedures in this paper.

Key words: Interest rate option valuation; Currency option valuation; Exotic option; OTC derivatives; Bond valuation; Forward exchange rates.

JEL classification: G12.